Dr H. Meyn, Dr W. Degen, Informatik 1 WS 2005/2006, Januar 2006

„Einführung in die Theoretische Informatik I"

Probeklausur

1. Die Relation R erfülle die beiden Axiome (a) und (b) :

   (a) $\forall x \quad xRx$

   (b) $\forall x, y, z \quad (xRy \land xRz \rightarrow zRy)$

   Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist.

2. Wieviele Äquivalenzrelationen gibt es auf einer Menge mit 4 Elementen?

3. Bringen Sie die folgenden Formeln sowohl auf KNF als auch auf DNF :

$$\neg(A \leftrightarrow (A \rightarrow B)) \lor B$$

$$C \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (\neg C \lor A)))$$

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \neg A$$

   Nun sehen Sie sofort, welche dieser Formeln tautologisch sind.

4. Zeigen Sie durch Induktion

$$\sum_{i=1}^{n} i \cdot 2^i = (n-1)2^{n+1} + 2$$

5. Geben Sie alle (bis auf Isomorphie) 2-regulären[1] Graphen auf höchstens 7 Knoten an.

6. Verifizieren Sie die EULERsche Polyederformel

$$\#\text{Knoten} - \#\text{Kanten} + \#\text{Flächen} = 2$$

   für Quadratnetze; das sind ebene Quadrate, die aus $n \times n$ kleinen Quadraten bestehen.

7. L_0 sei die Menge der Worter w über dem Alphabet $\{a, b\}$ mit Länge $|w| \equiv 1 \bmod 3$. Geben Sie einen Automaten an, der L_0 erkennt.

8. Sei L_1 die Sprache $\{a^{\binom{n}{2}+n} \ : \ n \geq 2\}$. Zeigen Sie mit dem Pump-Lemma, dass L_1 nicht regulär ist.

[1] 2-regulär heisst: jeder Knoten hat den Grad 2