Mathematik fuer Ingenieure 2

Wintersemester 2011/12, Dauer 90 Minuten, 25 Punkte

05.04.2012

Aufgabe 1. (5 Punkte) Wir betrachten die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch

$$a_1 = \frac{3}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{3}{2a_n}), \quad n \geq 1.$$

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$**.**
Hinweis: Benutzen Sie die Ungleichung der Mittelwerte $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Aufgabe 2. (6 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f : [1,2] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x - ln(x+2).$$

Zeigen sie, dass f auf dem Intervall [1,2] genau eine Nullstelle besitzt.

Aufgabe 3. (3+2 Punkte)

- **a) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(x)$ der Ordnung zwei der Funktion**

  $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^{16},$$

  zum Entwicklungspunkt $x_* = -1$
- **b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius**
  der Taylorreihe der Funktion f aus a) Entwicklungspunkt $x_* = -1$

Aufgabe 4. (5 Punkte) Bestimmen Sie, ob das uneigentliche Integral existiert und im Falle seiner Existenz, berechnen Sie seinen Wert:

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{9x^2(arctan(x^3))^2}{1+x^6}dx$$

Aufgabe 5. (4 Punkte) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x,y,z) = xsin(y) - xze^x$$

in jedem $(x,y,z) \in \mathbb{R}$ folgende Gleichung erfüllt:

$$xf_x(x,y,z) - f_{xx}(x,y,z) + f_{yy}(x,y,z) - f_z(x,y,z) = (-x^2z + 2z + x)e^x.$$

(Hier wurde mit $f_x(x,y,z)$ die partielle Ableitung von f bezüglich x in (x,y,z) bezeichnet u.s.w)