



Nachholklausur Mathematik für Ingenieure C3

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ	Note
Punkte	12	12	12	12	12	60	
erreichte Punkte							

Aufgabe 1

Gegeben sei folgendes LP:

$$\begin{aligned} \max \quad & 50x_1 + 33x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 5x_1 + 10x_2 \leq 100 \\ & 3x_1 + 3x_2 \leq 36 \\ & -3x_1 - x_2 \geq -30 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Berechnen Sie ausgehend von der zulässigen Lösung $(0, 0)$ einen Schritt des Simplex-Algorithmus.

Aufgabe 2

Es sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = t \sin(x) - \cos(y) + (xy)^2,$$

mit $t \neq 0$ und $(x, y) \in [0, \pi] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

- Berechnen Sie die kritischen Punkte im inneren der zulässigen Menge in Abhängigkeit von t . (Tipp: Fallunterscheidung über y)
- Entscheiden Sie, ob es sich um Sattelpunkte, lokale Minima oder lokale Maxima in Abhängigkeit von t handelt.

Aufgabe 3

Geben Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden DGL an:

(a)

$$xy' = (y - 1)(x + 1)$$

(b)

$$y' + y = 2t.$$

Aufgabe 4

(a) Sei $s \in \mathbb{Z}$ der größte gemeinsame Teiler von 345 und 75, also $\text{ggT}(345, 75) = s$. Des Weiteren sind Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ gesucht, sodass $s = a \cdot 345 + b \cdot 75$. Berechnen Sie a, b und s .

(b) Wir definieren die Menge $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ zusammen mit der Verknüpfung

$$(a, b) \cdot (a', b') := (aa' - bb', ab' + ba'),$$

mit $(a, b) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ und $(a', b') \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Prüfen Sie die Eigenschaften einer abelschen Gruppe.

Aufgabe 5

Sei p eine Primzahl, $k \in \mathbb{N}$ und φ die Eulersche φ -Funktion. Beweisen Sie, dass $\varphi(p^k) = p^{k-1}(p - 1)$.