Universität Erlangen-Nürnberg
Department Mathematik
Lehrstuhl für Angewandte Mathematik 1
Prof. Dr. N. Marheineke

FRIEDRICH-ALEXANDER UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

Klausur zur Mathematik für Ingenieure C2
05.04.2017

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Alle Teilaufgaben erfordern eine Rechnung oder eine Begründung. Resultate aus der Vorlesung und den Übungen dürfen verwendet werden.

A1) (Funktionengrenzwerte, Reihen)

a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte unter Verwendung der Regel von L'Hospital:

$$\text{(i)} \lim_{x\to 1} \frac{\arctan(1-x)}{1-\sqrt{x}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{1}{x\sqrt{x}} \int_0^{\sqrt{x}} \cos\left(\frac{\pi}{2} e^{t^2}\right) dt\,.$$

b) Prüfen und begründen Sie, ob die folgenden Reihen divergieren, konvergieren oder absolut konvergieren:

$$\text{(i)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k)(k+1)}{k^3+3k^2+3k+1}, \qquad \text{(ii)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^k}{k}\,.$$

((2+2)+(2+2)=8 Punkte)

A2) (Partialbruchzerlegung, Substitutionsregel, partielle Integration)

a)
$$\int_0^{\pi} \sin(x)\cos(x) e^{\cos(x)}\, dx,$$

b)
$$\int_2^3 \frac{2x^2+x+1}{(x+3)(x-1)^2}\, dx.$$

(4+4=8 Punkte)

A3) (Taylor-Polynom, Umkehrfunktion)
Gegeben sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \sqrt{1+2x}.$$

a) Stellen Sie das Taylor-Polynom $T_2(x)$ zweiten Grades von f am Entwicklungspunkt $x_0 = 4$ auf.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Lagrange-Restglieds die kleinste Konstante c mit $c > 0$, für die die folgende Abschätzung gilt:

$$|f(x) - T_2(x)| \le c|x-4|^3 \qquad \text{für alle } x \in [4, 12].$$

c) Begründen Sie, dass f auf $[4,12]$ umkehrbar ist, und bestimmen Sie das Taylor-Polynom $Q_1(y)$ ersten Grades von f^{-1} am Entwicklungspunkt $y_0 = 5$.

(3+3+2=8 Punkte)

A4) (Extrema von Funktionen $f:\ \mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$)
Bestimmen Sie die Lage und Art aller Extrema der Funktion $f:\ \mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$

$$f(x,y) = y^4 - 3xy^2 + x^3.$$

Handelt es sich um lokale oder globale Extrema? Begründen Sie Ihre Aussage.

(8 Punkte)