Universität Erlangen-Nürnberg
Department Mathematik
Lehrstuhl für Angewandte Mathematik 1
Prof. Dr. N. Marheineke

FRIEDRICH-ALEXANDER UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

Klausur zur Mathematik für Ingenieure C2
05.10.2016

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Alle Teilaufgaben erfordern eine Rechnung oder eine Begründung. Resultate aus der Vorlesung und den Übungen dürfen verwendet werden.

A1) (Funktionengrenzwerte, Reihen)

a) Bestimmen Sie die folgenden Funktionengrenzwerte:

$$\text{(i)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1}{x\sqrt{x}} \int_0^{\sqrt{x}} \sin(y^2)\,\mathrm{d}y\ , \qquad \text{(ii)}\ \lim_{x\to 0} \frac{x\sin(x)}{\exp(-2x)-1+2x}\ .$$

b) Prüfen und begründen Sie, ob die folgenden Reihen divergieren, konvergieren oder absolut konvergieren:

$$\text{(i)}\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k^3)+2}{k^3+2k^2+1}\ , \qquad \text{(ii)}\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{10}\exp(k)\ .$$

((2+2)+(2+2)=8 Punkte)

A2) (Partialbruchzerlegung, Substitutionsregel, partielle Integration)
Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{x(1-x^2)}\,\mathrm{d}x$,

b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\cos(x)\ln(\sin(x))\,\mathrm{d}x$.

(4+4=8 Punkte)

A3) (Taylor-Polynom, Umkehrabbildung)
Gegeben sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \frac{x}{x+3}.$$

a) Stellen Sie das Taylor-Polynom $T_2(x)$ zweiten Grades von f am Entwicklungspunkt $x_0=-1$ auf.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Lagrange-Restglieds die kleinste Konstante c mit $c>0$, für die die folgende Abschätzung gilt:

$$|f(x)-T_2(x)| \le c\,|x+1|^3 \qquad \text{für alle } x\in[-1,1]\ .$$

c) Begründen Sie, dass f auf $[-1,1]$ umkehrbar ist, und bestimmen Sie das Taylor-Polynom $Q_1(y)$ ersten Grades von f^{-1} am Entwicklungspunkt $y_0=0$.

(3+3+2=8 Punkte)

A4) (Extrema von Funktionen $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$)
Bestimmen Sie die Lage und Art aller Extrema der Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$

$$f(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 4(x^2-y^2)\ .$$

Handelt es sich um lokale oder globale Extrema? Begründen Sie Ihre Aussage.

(8 Punkte)

Viel Erfolg!