Universität Erlangen-Nürnberg
Technische Fakultät, Department Informatik
Lehrstuhl für Informatik 12 (Hardware-Software-Co-Design)

Prof. Dr. Rolf Wanka

Klausur
Ereignisgesteuerte Systeme

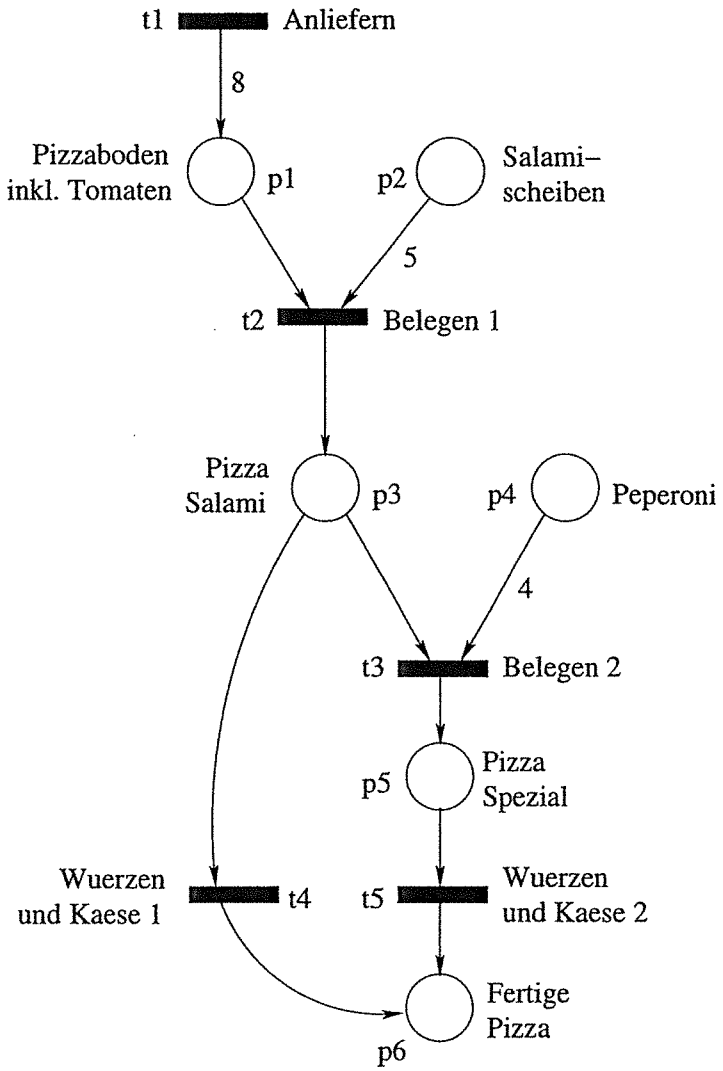
21. September 2009

Name	
Matrikelnummer	
Studienrichtung	

Aufgabe	1	2	3	Σ
max. Punkte	30	30	30	90
erreichte Punkte				
Note				

Aufgabe 1 (Petri-Netze) (30 Punkte)

Folgendes Petri-Netz modelliert (vereinfacht) einen Ausschnitt eines Produktionsprozesses für Fertigpizzen.



Erläuterungen zum Petri-Netz:

- Ein Token in p1 entspricht einem mit Tomaten belegten Pizzaboden. Durch Schalten von Transition t1 werden 8 Pizzaböden angeliefert.
- Ein Token in p2 entspricht einer Scheibe Salami. Ein Token in p4 entspricht einer Peperoni.
- Durch Schalten von Transition t2 wird ein Pizzaboden mit 5 Scheiben Salami belegt. Es entsteht eine Pizza Salami, die im Behälter p3 abgelegt wird.
- Durch Schalten von Transition t3 wird eine Pizza Salami mit 4 Peperoni belegt. Es entsteht eine Pizza Spezial, die im Behälter p5 abgelegt wird.
- Durch Schalten von Transition t4 wird eine Pizza Salami gewürzt und mit Käse belegt. Die fertige Pizza wird im Behälter p6 abgelegt.
  Analog wird durch Schalten von Transition t5 eine Pizza Spezial gewürzt und mit Käse belegt. Die fertige Pizza wird ebenfalls im Behälter p6 abgelegt.

a) Stellen Sie die Inzidenzmatrix A des Petri-Netzes auf. Orientieren Sie sich dabei an der Nummerierung der Stellen und Transitionen. (4 Punkte)

b) Zeigen Sie formal unter Verwendung der Inzidenzmatrix A, dass $M_1 = (2,1,0,6,0,1)^T$ nicht aus $M_0 = (0,6,0,6,0,0)^T$ erreichbar ist. (5 Punkte)

c) Stellen Sie den Erreichbarkeitsgraphen für die Anfangsmarkierung M_0 auf. (6 Punkte)

Beantworten Sie anhand des Erreichbarkeitsgraphen folgende Fragen und begründen Sie Ihre Antworten:

(i) Ist das Petri-Netz für die gegebene Anfangsmarkierung M_0 deadlockfrei? (1 Punkt)

(ii) Kann aus dem Erreichbarkeitsgraphen gefolgert werden, dass $M_1 = (2,1,0,6,0,1)^T$ nicht aus $M_0 = (0,6,0,6,0,0)^T$ erreichbar ist? (2 Punkte)

d) (i) Definieren Sie: Wann wird ein Petri-Netz als reversibel bezeichnet? (1 Punkt)

(ii) Zeigen Sie: Wenn ein Petri-Netz reversibel ist, so gibt es eine Transitionsinvariante $I_T \neq 0$. (3 Punkte)

(iii) Berechnen Sie die Transitionsinvarianten des gegebenen Petri-Netzes und interpretieren Sie Ihr Ergebnis. (3 Punkte)

e) Erweitern Sie das Petri-Netz um folgende Eigenschaften: (5 Punkte)

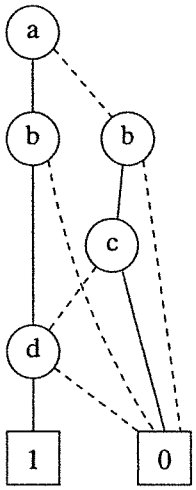
(i) Für die Auslieferung sollen 20 fertige (also auch gewürzte) Pizza Spezial und 20 fertige Pizza Salami zusammengepackt werden.

(ii) Für die Auslieferung können auch 40 fertige Pizza Salami zusammengepackt werden, aber nur, wenn weniger als 20 fertige Pizza Spezial vorhanden sind.

Sie dürfen Inhibitorkanten verwenden.
Hinweis: Es genügt, den relevanten Ausschnitt des Petri-Netzes zu zeichnen.

Aufgabe 2 (Verifikation) (30 Punkte)

Gegeben ist folgendes reduziertes geordnetes BDD (ROBDD).



a) Geben Sie die für das ROBDD verwendete Variablenreihenfolge an. (1 Punkt)

b) Geben Sie die Boolesche Funktion des ROBDD an. (2 Punkt)

c) Hat ein ROBDD für eine gegebene Funktion bei einer gegebenen Variablenordnung immer die gleiche Anzahl an Kanten (ja oder nein)? (1 Punkt)

d) Kann die Variablenordnung Einfluss auf die Anzahl der Kanten in einem ROBDD haben (ja oder nein)? (1 Punkt)

Gegeben sind die Funktionen $f = xz \vee y$ und $g = xy \vee x\bar{y}z \vee yz$. Es gilt die Variablenordnung $x < y < z$.

e) Konstruieren Sie für die Funktion f ein ROBDD. (3 Punkte)

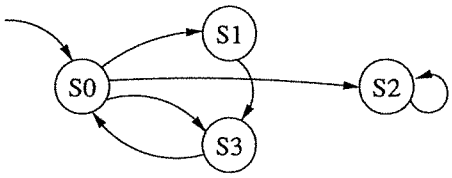
f) Konstruieren Sie für die Funktion g ein ROBDD. (3 Punkte)

g) Konstruieren Sie je ein reduziertes OBDD für folgende verknüpfte Funktionen: (8 Punkte)

i) $h = f \wedge g$

ii) $i = f \vee g$

Gegeben ist folgender endlicher Automat.



h) Kodieren Sie die Zustände binär. Sie können die Kodierung auf dem Aufgabenblatt angeben. (1 Punkt)

i) Stellen Sie die charakteristische Funktion Ψ_S der Zustandsmenge $\{S0\}$ auf. (1 Punkte)

j) Stellen Sie die charakteristische Funktion Ψ_T der Zustandsübergangsrelation auf. (4 Punkte)

k) Bestimmen Sie mittels Bildberechnung (englisch: image) die charakteristische Funktion Ψ_{img} der Menge derjenigen Zustände, die aus der Zustandsmenge $\{S0\}$ durch genau eine Transition erreichbar ist und geben Sie dies als Zustandsmenge an. (5 Punkte)

Aufgabe 3 (Markov-Ketten) (30 Punkte)

Eine Audiodatei ist eine Binärdatei, die als eine Folge von Nullen und Einsen interpretiert werden kann. Die Variable b_i gibt den Wert eines Bits an der Position i an, d. h. $b_i = 0$ oder $b_i = 1$. Die Auftrittswahrscheinlichkeit $p(b_i)$ für den Wert 0 bzw. 1 an der Position i hängt von den Werten $b_{i-1}, b_{i-2}, \ldots$ der vorherigen Bits ab. Im Folgenden wird angenommen, dass diese Auftrittswahrscheinlichkeit lediglich von den Werten der zwei davor liegenden Bits abhängt. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten sind in der folgenden Tabelle angegeben.

b_{i-1}, b_{i-2}	$p(b_i = 0 \mid b_{i-1}, b_{i-2})$	$p(b_i = 1 \mid b_{i-1}, b_{i-2})$
0,0	80%	20%
0,1	60%	40%
1,0	30%	70%
1,1	10%	90%

a) Welche Bedingungen muss ein Prozess erfüllen, so dass dieser die Markov-Eigenschaft besitzt? (2 Punkte)

b) Modellieren Sie obigen Prozess als Markov-Kette: Zeichnen Sie einen passenden stochastischen Zustandsautomaten, in dem die Zustände die Werte der beiden zuvor gelesenen Bits bezeichnen. (6 Punkte)

c) Erläutern Sie den Begriff der transienten Zustände sowie der rückkehrenden Zustände. Gibt es in der Markov-Kette aus b) rückkehrende Zustände? Falls vorhanden, zählen Sie diese auf. (5 Punkte)

d) Bestimmen Sie die Übergangsmatrix P für die in b) aufgestellte Markov-Kette. (6 Punkte)

e) Ist die Markov-Kette aus b) periodisch oder aperiodisch? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

f) Was beschreibt der stationäre Zustandswahrscheinlichkeitvektor und welche Bedingungen müssen eingehalten werden, damit dieser existiert? (3 Punkte)

g) Berechnen Sie den stationären Zustandswahrscheinlichkeitvektor der Markov-Kette aus b). Unter welchen Bedingungen ist der stationären Zustandswahrscheinlichkeitvektor eindeutig? (6 Punkte)