Universität Erlangen-Nürnberg
Technische Fakultät, Department Informatik
Lehrstuhl für Informatik 12 (Hardware-Software-Co-Design)

Prof. Dr. Rolf Wanka

Klausur
Ereignisgesteuerte Systeme

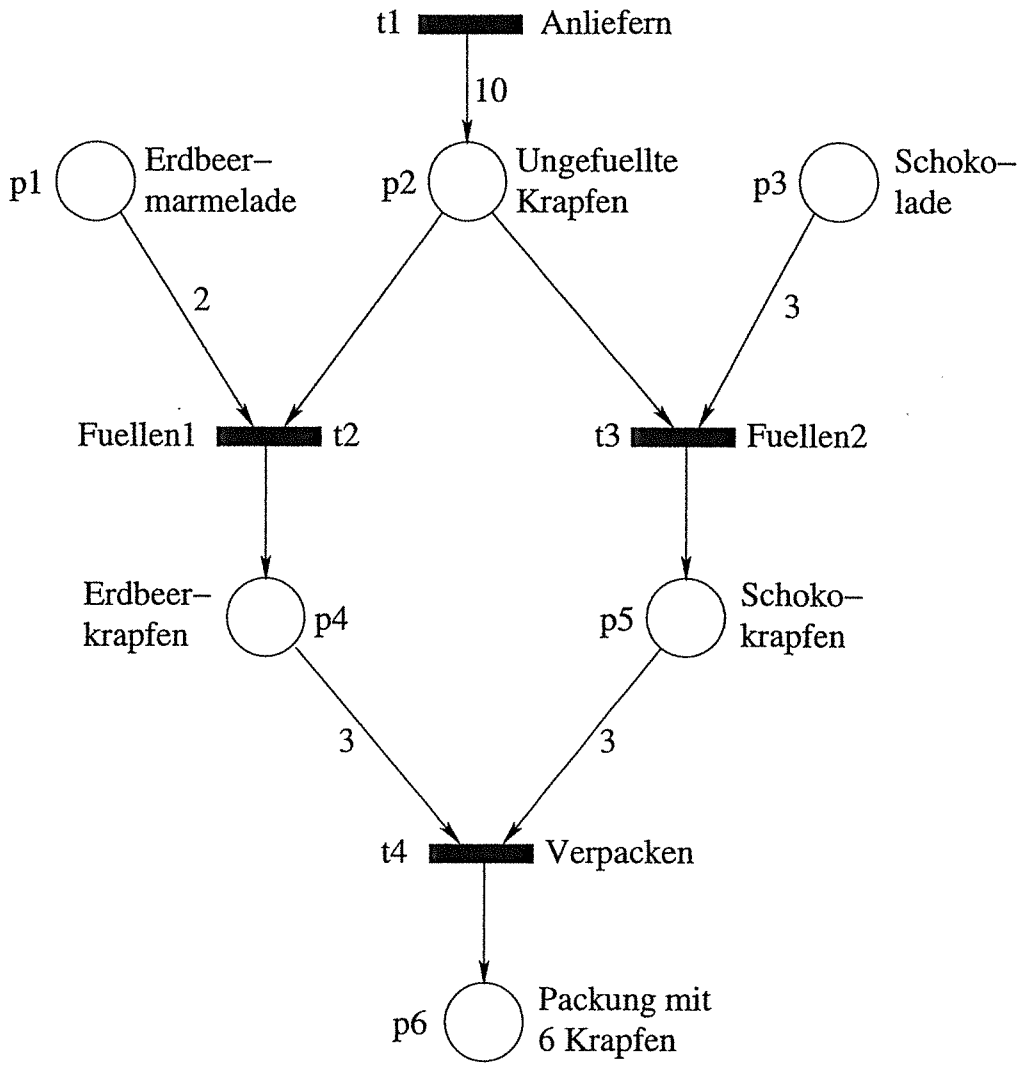
18. März 2009

Name	
Matrikelnummer	
Studienrichtung	

Aufgabe	1	2	3	Σ
max. Punkte	30	30	30	90
erreichte Punkte				
Note				

Aufgabe 1 (Petri-Netze) (30 Punkte)

Folgendes Petri-Netz modelliert (vereinfacht) die letzten Schritte eines Produktionsprozesses für Krapfen. Krapfen sind kleine Gebäckstücke mit Füllung.



Erläuterungen zum Petri-Netz:

- Ein Token in p2 entspricht einem ungefüllten Krapfen. Durch Schalten von Transition t1 werden 10 ungefüllte Krapfen angeliefert.
- Ein Token in p1 entspricht 10g Erdbeermarmelade.
  Ein Token in p3 entspricht 10g Schokolade.
- Durch Schalten von Transition t2 wird ein ungefüllter Krapfen mit 20g Erdbeermarmelade gefüllt. Es entstehen Erdbeerkrapfen, die im Behälter p4 abgelegt werden.
  Analog wird durch Schalten von Transition t3 ein ungefüllter Krapfen mit 30g Schokolade gefüllt und im Behälter p5 abgelegt.
- Durch Schalten von Transition t4 werden 3 Erdbeer- und 3 Schokokrapfen zusammengepackt.

a) Stellen Sie die Inzidenzmatrix A des Petri-Netzes auf. Orientieren Sie sich dabei an der Nummerierung der Stellen und Transitionen. (4 Punkte)

b) Zeigen Sie formal unter Verwendung der Inzidenzmatrix A, dass $M_1 = (0,0,0,0,0,2)^T$ nicht aus $M_0 = (6,0,9,0,0,0)^T$ erreichbar ist. (5 Punkte)

c) Stellen Sie den Erreichbarkeitsgraphen für die Anfangsmarkierung $M_0' = (2,0,3,2,2,0)^T$ auf. (6 Punkte)

Beantworten Sie anhand des Erreichbarkeitsgraphen folgende Fragen und begründen Sie Ihre Antworten:

i) Ist das Petri-Netz für die gegebene Anfangsmarkierung M_0' deadlockfrei? (1 Punkt)

ii) Welche Stellen sind nicht sicher? (1 Punkt)

iii) Kann aus dem Erreichbarkeitsgraphen gefolgert werden, dass $M_1 = (0,0,0,0,0,2)^T$ nicht aus M_0' erreichbar ist? (2 Punkte)

d) Berechnen Sie die Transitionsinvarianten des Petri-Netzes und interpretieren Sie Ihr Ergebnis. (3 Punkte)

e) Hat das gegebene Petri-Netz einen Konflikt? Falls ja, umranden Sie diesen, falls nein, zeichnen Sie ein Beispiel eines beliebigen Konflikts. (2 Punkte)

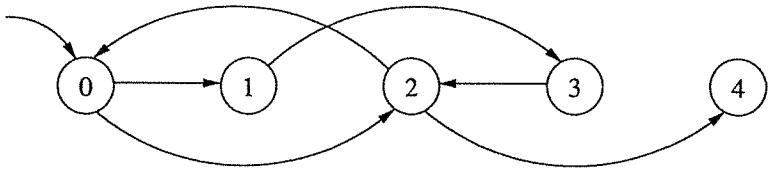
f) Es sollen maximal 100 ungefüllte Krapfen gelagert werden, d.h. die Kapazität des Behälters p2 ist durch $K = 100$ beschränkt. Formen Sie dieses kapazitätsbeschränkte Petri-Netz in ein äquivalentes Petri-Netz ohne kapazitätsbeschränkte Stellen um. (3 Punkte)

Hinweis: Sie können Ihre Lösungen für die Teilaufgaben f) und g) direkt in das Aufgabenblatt einzeichnen

g) Erweitern Sie das Petri-Netz um folgende Eigenschaft: Es können auch 6 Erdbeerkrapfen zu einer Packung mit 6 Krapfen verpackt werden, aber nur, wenn weniger als 3 Schokokrapfen vorhanden sind. Sie dürfen Inhibitorkanten verwenden. (3 Punkte)

Aufgabe 2 (Verifikation) (30 Punkte)

Gegeben ist folgender endlicher Automat.



a) Kodieren Sie die Zustandsnummern binär und verwenden Sie nur die notwendige Anzahl an Booleschen Variablen. Sie können die Kodierung auf dem Aufgabenblatt angeben. (1 Punkt)

b) Stellen Sie die charakteristische Funktion Ψ_S der Zustandsmenge $\{0,1\}$ auf. (2 Punkte)

c) Stellen Sie die charakteristische Funktion Ψ_T der Zustandsübergangsrelation auf. (3 Punkte)

d) Bestimmen Sie mittels Bildberechnung (englisch: image) die charakteristische Funktion Ψ_{Img} der Menge derjenigen Zustände, die aus der Zustandsmenge $\{0,1\}$ durch eine Transition erreichbar ist <u>und</u> geben Sie diese Menge an. (5 Punkte)

In CTL lassen sich Änderungen von Eigenschaften in Systemabläufen beschreiben. Damit sich zu dem gegebenen Automaten einfach CTL-Formeln bilden lassen, soll in jedem Zustand die Eigenschaft „Zustandsname" gelten. Also die Eigenschaft „0" in Zustand 0, die Eigenschaft „1" in Zustand 1 usw.

e) Formulieren Sie folgende Eigenschaften in CTL:

   i) Immer wenn „0" gilt, soll immer irgendwann „2" gelten. (2 Punkte)

   ii) Es soll niemals zu einem Deadlock kommen. (2 Punkte)

f) In welchen Zuständen ist die CTL-Formel $\mathrm{AG}(0 \rightarrow \mathrm{EF}\,0)$ erfüllt? (2 Punkte)

Gegeben sind die Funktionen $f = x\bar{z} \vee \bar{x}y \vee xyz$ und $g = xyz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$. Es gilt die Variablenordnung $x < y < z$.

g) Konstruieren Sie für die Funktionen f und g je ein reduziertes OBDD. (6 Punkte)

h) Konstruieren Sie je ein reduziertes OBDD für folgende verknüpfte Funktionen: (7 Punkte)

   i) $h = f$ NAND g

   ii) $i = f$ XOR g

Zur Erinnerung:

x_1	x_2	NAND	XOR
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Aufgabe 3 (Markov-Ketten) (30 Punkte)

Eine Schwarz-Weiß-Graphik wird zeilenweise gescannt. Die Variable c_i gibt die Farbe eines Pixel an der Position i an, wobei $c_i = s$ ein schwarzes, $c_i = w$ ein weißes Pixel charakterisiert. Für reale Bilder kann man feststellen, dass die Auftrittswahrscheinlichkeit $p(c_i)$ für ein schwarzes bzw. weißes Pixel an der Position i von den Farbwerten $c_{i-1}, c_{i-2}, \ldots$ der vorherigen Pixel in der Zeile abhängt.
Im Folgenden wird angenommen, dass diese Auftrittswahrscheinlichkeit lediglich von den Farbwerten der zwei davor liegendenden Pixeln abhängt. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten sind in der folgenden Tabelle angegeben.

c_{i-1}, c_{i-2}	$p(c_i = s \mid c_{i-1}, c_{i-2})$	$p(c_i = w \mid c_{i-1}, c_{i-2})$
s, s	70%	30%
s, w	40%	60%
w, s	60%	40%
w, w	10%	90%

a) Welche Bedingungen muss ein Prozess erfüllen, so dass dieser die Markov-Eigenschaft besitzt? (2 Punkte)

b) Modellieren Sie obigen Scan-Prozess als Markov-Kette: Zeichnen Sie einen passenden stochastischen Zustandsautomaten, in dem die Zustände die Farbwerte der beiden davor liegendenden Pixeln bezeichnen. (6 Punkte)

c) Erläutern Sie den Begriff der transienten Zustände sowie der rückkehrenden Zustände. Gibt es in der Markov-Kette aus b) rückkehrende Zustände? Falls vorhanden, zählen Sie diese auf. (5 Punkte)

d) Bestimmen Sie die Übergangsmatrix P für die in b) aufgestellte Markov-Kette. (6 Punkte)

e) Was beschreibt der stationäre Zustandswahrscheinlichkeitvektor und welche Bedingungen müssen eingehalten werden, damit dieser existiert? (3 Punkte)

f) Ist die Markov-Kette aus b) periodisch oder aperiodisch? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

g) Berechnen Sie den stationären Zustandswahrscheinlichkeitvektor der Markov-Kette aus b). Ist dieser eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort (6 Punkte)