## Aufgabe 1: Aussagenlogische Konsequenz

Zeigen oder widerlegen Sie mittels Wahrheitstafeln, dass folgende logische Konsequenzen gelten.
Im negativen Fall reicht es, wenn Sie ein einzelnes Gegenbeispiel angeben.

### 1.1)

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \models ((A \wedge B) \rightarrow C)$

### 1.2)

$(\neg(A \rightarrow B)) \models (B \rightarrow A)$

### 1.3)

$(A \rightarrow B) \models \neg(B \rightarrow A)$

### 1.4)

$((A \wedge B) \rightarrow \neg C) \wedge (\neg A \rightarrow \neg B) \models (B \rightarrow \neg C)$

## Aufgabe 2: Resolution

Wenden Sie den Resolutionsalgorithmus an, um zu entscheiden, ob die KNF

$(\neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (D \vee C \vee B) \wedge (A \vee C \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee C \vee B) \wedge (A \vee \neg C \vee \neg B)$

erfüllbar ist.

## Aufgabe 3: Unifikation

Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus aus der Vorlesung an, um zu entscheiden, ob die Terme

$f(g(X, h(Z)), Z)$ und $f(g(h(Z), h(Z)), h(X))$

unifizierbar sind und ggf. einen mgu zu berechnen. (Achtung: es ist durchaus von Bedeutung, dass die beiden Seiten gemeinsame Variablen verwenden!). Gefordert sind natürlich nicht nur die letztendliche Antwort, sondern auch die einzelnen gemäß dem Algorithmus durchgeführten Umformungsschritte, mit der Bezeichnung der jeweils verwendeten Regel.

## Aufgabe 4: Prolog

Programmieren sie in Prolog die Prädikate $take/3$ und $drop/3$, welche Funktionen implementieren, die jeweils eine gewisse Anzahl von Elementen aus einer Liste nimmt/löscht.

$take([a_1, ..., a_n], k, [a_1, .., a_m])$
$drop([a_1, ..., a_n], k, [a_{m+1}, ..., a_n])$
mit $m = min(n, k)$

Geben Sie die SLD-Refutation für folgende Anfrage an:

$take([1, 2], suc(zero), X)$

## Aufgabe 5: Formale Deduktion

Geben Sie eine formale Herleitung mittels natürlicher Deduktion an.

$(\forall Y.\exists X.(p(Y) \to q(X))) \to (\forall Y.(p(Y) \to \exists X.q(X)))$

## Aufgabe 6: Induktion

$\Sigma$-Formel der Prädikatlogit 1. Stufe ist *positiv*, wenn kein $\perp$ oder $\neg$ in ihr vorkommt.
Eine Formel $\Phi$ ist definert durch:

$\Phi = \top \mid p(X_1...X_n) \mid X = Y \mid \Phi_1 \wedge \Phi_2 \mid \Phi_1 \vee \Phi_2 \mid \Phi_1 \to \Phi_2 \mid \forall X.\Phi \mid \exists X.\Phi$

Beweisen sie per Induktion, dass jede *positive* Formel $\Phi$ erfüllbar ist.

**Hinweise:**
- Modell für $\Phi$ aufstellen
- geeignete verstärkte Induktionsbehauptung verwenden