Grundlagen der Logik und Logikprogrammierung

Braindump der Klausur

26. März 2013

Die vorliegende Niederschrift wurde nach bestem Wissen und Gewissen erstellt. Für ihre Richtigkeit und Vollständigkeit kann natürlich trotzdem keinerlei Garantie übernommen werden.

1 Aussagenlogische Konsequenz

Mittels Wahrheitstafeln folgende Konsequenzen zeigen oder widerlegen:

a) $(A \vee B) \to C \models (A \to C) \wedge (B \to C)$

b) $(A \to B) \models \neg(B \to A)$

c) $(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (C \to \neg B) \models \neg A$

d) $(A \vee B) \vee A \models A$

2 Resolution

Entscheiden, ob die KNF:

$(D \vee B \vee \neg C) \wedge (D \vee C) \wedge (\neg D \vee B) \wedge (\neg C \vee B \vee \neg A) \wedge (C \vee B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee A)$

erfüllbar ist, mittels Resolutionsalgorithmus.

3 Unifikation

Entschieden, ob die Terme:

$$f(g(Y), X, Y) \text{ und } f(g(Z), g(Z), X)$$

unifizierbar sind, und ggf. *mgu* angeben.

4 Logische Programmierung

Implementierung eines Prädikats *reverse* in Prolog mit folgender Semantik:

$$\texttt{reverse([}\texttt{a}_1\texttt{, ..., }\texttt{a}_n\texttt{], l)} \Leftrightarrow \texttt{l=[}\texttt{a}_n\texttt{, ..., }\texttt{a}_1\texttt{]}$$

Dazu ist das Prädikat *append* **gegeben**:

$$\texttt{append([}\texttt{a}_1\texttt{, ..., }\texttt{a}_n\texttt{], [}\texttt{b}_1\texttt{, ..., }\texttt{b}_k\texttt{], l)} \Leftrightarrow \texttt{l=[}\texttt{a}_1\texttt{, ..., }\texttt{a}_n\texttt{, }\texttt{b}_1\texttt{, ..., }\texttt{b}_k\texttt{]}$$

Außerdem Programmieren eines Prädikats *reverse2* **ohne** Verwendung von *reverse*:

$$\texttt{reverse2([}\texttt{a}_1\texttt{, ..., }\texttt{a}_n\texttt{], [}\texttt{b}_1\texttt{, ..., }\texttt{b}_k\texttt{], l)} \Leftrightarrow \texttt{l=[}\texttt{a}_n\texttt{, ..., }\texttt{a}_1\texttt{, }\texttt{b}_1\texttt{, ..., }\texttt{b}_k\texttt{]}$$

Wie erhält man eine Implementierung von *reverse* aus *reverse2*?

5 Formale Deduktion

Formale Herleitung mittels natürlicher Deduktion für:

$$((A \rightarrow (C \rightarrow B)) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

6 Induktion

$\Sigma = \{mult/2, zero/0, one/0\}$ und $\mathfrak{M}$ ein ε-Modell, sodass:

- $M = \mathbb{N}$
- $\mathfrak{M}[\![zero]\!] = 0$
- $\mathfrak{M}[\![one]\!] = 1$
- $\forall x, y \in M : \mathfrak{M}[\![mult(x, y)]\!] = x * y$

Zu Zeigen durch Induktion über E für jeden geschlossenen Term, d. h. $\mathrm{FV}(E) = \emptyset$:

$$\mathfrak{M}[\![E]\!] \in \{0, 1\}$$