

Inhaltsverzeichnis

1 Wissensfragen [6 Punkte]	2
2 Reduktion [? Punkte]	3
3 Pumping [? Punkte]	4
4 Automaten [7 Punkte]	5
5 Kontextfreie Sprachen [? Punkte]	6
6 Aufgabe [? Punkte]	7

1 Wissensfragen [6 Punkte]

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen (die jeweiligen Beweise sind äußerst kurz):

- Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine beliebige Sprache. Ist L nicht rekursiv aufzählbar, so ist das Komplement $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ ebenfalls nicht rekursiv aufzählbar.
- In der Vorlesung wurde die NP-Schwere von $CLIQUE$ dadurch gezeigt, daß $SAT \leq_p CLIQUE$ bewiesen wurde. Stimmt es auch, daß $CLIQUE \leq_p SAT$ ist?
- Ist L kontextfrei, so ist auch jede echte Teilmenge von L kontextfrei.

Schreiben sie zuerst zur Aussage „Stimmt“ oder „Stimmt nicht“ und dann Ihre Begründung. Ohne ernsthafte Begründung gibt es keine Punkte! Erklären Sie Bezeichnungen, wie VC oder M , wenn Sie diese verwenden!

2 Reduktion [? Punkte]

a) Geben Sie die Definition des Halteproblems an:

$$H := \{$$

b) Gegeben ist folgende Sprache: $L_{2b} = \{ \langle M \rangle w \mid M \text{ ist deterministische 1-Band-TM, für die}$

(i) mindestens eine Eingabe y mit $|y| > 7$ und $|y|$ prim existiert, so daß M hält

(ii) keine Eingabe y mit $|y|$ gerade existiert, so daß M hält

Zeigen Sie, daß L_{2b} unentscheidbar ist. Benutzen Sie hierfür, daß H unentscheidbar ist. Bedenken sie, dass „ \iff “ aus „ \Leftarrow “ und „ \Rightarrow “ besteht.

3 Pumping [? Punkte]

a) Geben Sie die Definition der regulären Pumpeigenschaft an:

b) Zeigen Sie mit der Definition der regulären Pumpeigenschaft, daß

$$L_{3b} = \{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n \mid |a| \geq 4; a_1 a_2 = a_{n-1} a_n\} a_i \in \{0, 1\}^*$$

die reguläre Pumpeigenschaft hat.

c) Zeigen Sie mit der Definition der regulären Pumpeigenschaft, daß

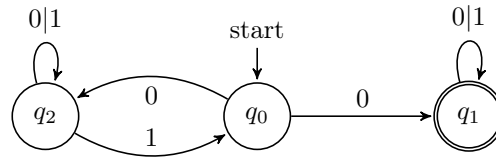
$$L_{3c} = \{z z^{bc} \mid z \in \{0, 1\}^*\}, \text{ wobei } z = a_1, a_2, \dots, a_n \text{ und } z^{bc} = (1 - a_1)(1 - a_2) \dots (1 - a_n)$$

die reguläre Pumpeigenschaft **nicht** hat.

Beispiele: $10110100 \in L_{3c}$, $00001111 \in L_{3c}$, $0000001111 \notin L_{3c}$

4 Automaten [7 Punkte]

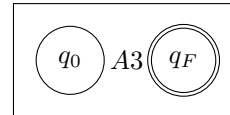
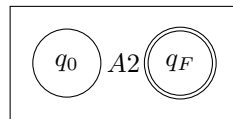
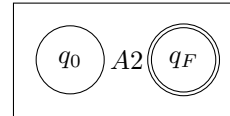
Gegeben sei der folgende nichtdeterministische endliche Automat A_1 mit $\Sigma = \{0, 1\}$:



- Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung (es muß erkennbar sein!) einen zu A_1 äquivalenten deterministischen endlichen Automaten A . Zeichnen sie nur die vom Startzustand aus erreichbaren Zustände, diese aber alle. Führen Sie keine „Vereinfachung“ durch. [4 Punkte]
- Konstruieren Sie aus den Automaten A_2 (mit Startzustand q'_0 und Endzustand q'_F) und A_3 (mit Startzustand q''_0 und Endzustand q''_F) einen neuen Automaten A_1 mit einem (neuen!) Anfangszustand q'''_0 und einem (neuen!) Endzustand q'''_F . Dieser soll die folgende Sprache akzeptieren:

$$L(A_2) \circ (L(A_3)^* \cup L(A_2))$$

Warnung: Denken Sie an die Definition von $()^*$ und beachten sie die Potenz 0.



5 Kontextfreie Sprachen [? Punkte]

- a) Gegeben ist die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und folgenden Produktionen:

$$S \rightarrow aAB \quad A \rightarrow bA|\epsilon \quad B \rightarrow aAB|\epsilon$$

Formen Sie die Grammatik in eine kontextfreie Grammatik um, sodass keine ϵ -Produktion mehr vorhanden sind.

- b) Geben Sie die formal die rekursive Definition des CYK-Algorithmus an.

$i = j$:

$$V(i, i) :=$$

$i < j$:

$$V(i, j) :=$$

- c) noch fehlerhaft, Hinweise bitte an tomabrax im Forum

$$S \rightarrow AB \quad B \rightarrow c|EB \quad D \rightarrow b \quad F \rightarrow AD$$

$$A \rightarrow CD|DF \quad C \rightarrow a \quad E \rightarrow c$$

	a	a	a	b	b	b	c	c
1	{C}	{C}	{C}	{D}	{D}	{D}	{B, E}	{B, E}
2			{?}				{B}	
3			{?}					
4		{?}						
5		{?}						
6	{F}							
7	{S}							
8	{S}•							

Zeichnen Sie den Syntaxbaum fuer das Wort $aaabbbcc$ und markieren sie alle Felder in der Tabelle, welche sie benutzt haben mit •.

6 Aufgabe [? Punkte]

- a) Geben sie die Definition für das in der Vorlesung besprochene Problem *CLIQUE* an.

$$CLIQUE := \{$$

- b) Gegeben ist die Sprache *ANF_UNGLEICH_END*

$$ANF_UNGLEICH_END = \{\text{bin}(a_1)\#\dots\#\text{bin}(a_n) \mid n \geq 2, a_1 \neq a_n\}$$

Zeigen Sie: $ANF_UNGLEICH_END \leq_p SAT$

- c) Vervollständigen Sie den rekursiven *VC_{OPT}*-Algorithmus:

// Basisfall nicht gefordert

Angenommen nicht alle Knoten $\text{Grad} \leq 2$

Wähle Knoten v mit _____

Wähle Knoten mit Eigenschaft _____

Rekursion mit Graph $G_1 =$ _____

Rekursion mit Graph $G_2 =$ _____

Beschreiben Sie rekursiv die Laufzeit von *VC_{OPT}* (ohne Basisfall):

$$T(n) \leq poly(n) +$$