Berechenbarkeit und formale Sprachen

Braindump der Klausur

2. April 2013

Die vorliegende Niederschrift wurde nach bestem Wissen und Gewissen erstellt. Für ihre Richtigkeit und Vollständigkeit kann natürlich trotzdem keinerlei Garantie übernommen werden.

1 Aufwärmfragen *6 Punkte*

Begründen Sie, ob die Aussagen wahr oder falsch sind. Die Beweise sind jeweils sehr kurz.

a) Es gibt eine kontextfreie Sprache L, sodass $\overline{L}$ unentscheidbar.

b) Sei H das Halteproblem, $\overline{H}$ das Komplement von H. Dann ist $\overline{H} \leq H$.

c) Sei L unentscheidbar, dann ist auch jede echte Obermenge von L unentscheidbar.

jeweils 2 Punkte

2 Halteproblem *8 Punkte*

a) Definieren Sie das initiale Halteproblem H_ε wie in der Vorlesung.

2 Punkte

b) $L_{2b} = \left\{ \langle M \rangle \# z \,\middle|\, M \text{ ist det. 1-Band TM, die gestartet mit } z \text{ nicht hält, aber gestartet mit } zz \text{ hält} \right\}$. Zeigen Sie, dass L_{2b} nicht entscheidbar ist. Benutzen Sie dabei, dass H_ε unentscheidbar ist.

6 Punkte

3 Reguläre Pumpeigenschaft *8 Punkte*

a) Definieren Sie die reguläre Pumpeigenschaft für eine Sprache L.

2 Punkte

b) Sei $L = \{z \in \{0,1\}^* \mid |z| \geq 4$ und $|z|$ **nicht** durch 3 teilbar$\}$. Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, dass L die reguläre Pumpeigenschaft besitzt.

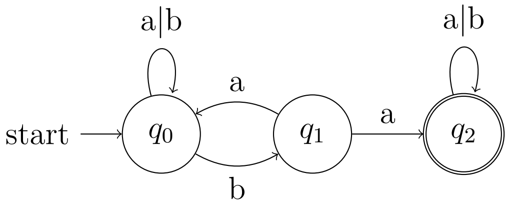
3 Punkte

c) Sei $\#_0(z)$ die Anzahl an 0en in z und $\#_1(z)$ die Anzahl an 1en in z. $L_{3c} = \{z \mid \#_0(z) = \#_1(z)\}$. Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, dass L_{3c} die reguläre Pumpeigenschaft nicht besitzt.

3 Punkte

4 Automaten *8 Punkte*

a) Geben Sie die Sprache des folgenden Automaten an:

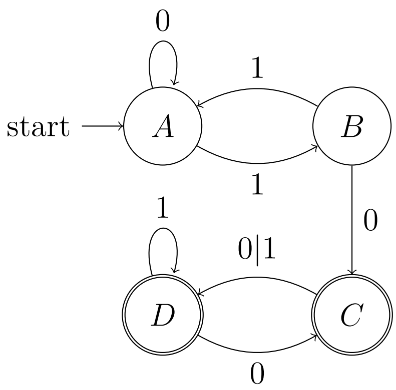


1 Punkt

b) Benutzen Sie das Verfahren der Vorlesung, um aus dem Automaten aus (a) einen äquivalenten, deterministischen zu machen. Schreiben Sie nur die vom Startzustand erreichbaren Zustände auf.

3 Punkte

c) Sei A_1 der folgende Automat:



c1) Geben Sie ein Wort der Länge 4 an, das zeigt, dass die Zustände A und B nicht äquivalent sind.

1 Punkt

c2) Minimieren Sie den Automaten A_1.

2 Punkte

c3) Zeigen Sie analog zu (a), dass es keinen zu A_1 äquivalenten Automaten mit genau zwei Zuständen geben kann.

2 Punkte

5 Automaten kann man nie genug haben ☺ *7 Punkte*

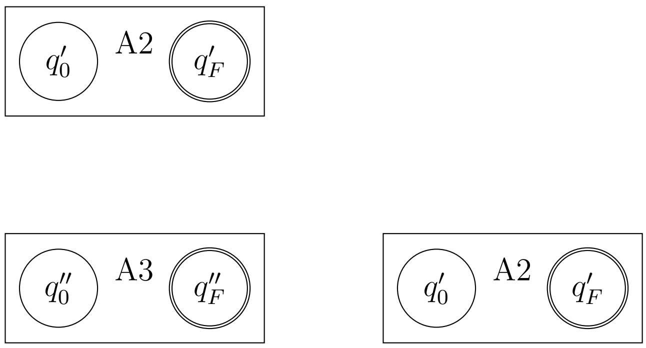
a) Sei M ein deterministischer endlicher Automat, $Q = \{q_1, \ldots, , q_n\}$ die Menge seiner Zustände, q_1 sein Startzustand und F die Menge seiner Endzustände. Geben Sie die rekursive Definition von $R^k_{i,j}$ an:
$i \neq j$: $R^0_{i,j} = \ldots$
$i = j$: $R^0_{i,i} = \ldots$
sonst: $R^{k+1}_{i,j} = \ldots$

4 Punkte

b) Wie bildet man aus den $R_{i,j}^k$ die vom Automaten M akzeptierte Sprache?

1 Punkt

c) Gegeben seien die nichtdeterministischen Automaten A_2 und A_3, mit je genau einem Startzustand und einem Endzustand. Machen Sie daraus einen nichtdeterministischen Automaten A_4 mit $L(A_4) = L(A_2)^* \cup (L(A_3) \cdot L(A_2))^*$, der auch genau einen Startzustand und genau einen Endzustand hat.



2 Punkte

6 $P = NP$?! *8 Punkte*

a) Definieren Sie Clique. Falls Sie das Wort Clique in Ihrer Definition benutzen, müssen Sie zusätzlich definieren, was eine Clique ist.

2 Punkte

b) Sei EndeRiesig $= \{bin(a_1)\#\ldots\#bin(a_n) \mid n \geq 2, a_1 + \ldots + a_{n-1} < a_n\}$. Zeigen sie, dass EndeRiesig $\leq_p$ SAT. Begründen Sie dabei auch die Laufzeit der Reduktionsfunktion.

3 Punkte

c) Angenommen, $P = NP$. Zeigen Sie mit Hilfe der Definition von NP-Vollständigkeit, dass EndeRiesig dann NP-vollständig ist. Zeigen Sie dazu, dass dann SAT $\leq_p$ EndeRiesig. Gehen Sie hier insbesondere auf die Definition von NP-Vollständigkeit ein.

3 Punkte