

# Braindump Berechenbarkeit und formale Sprachen WS 2009/10

1. August 2010

## 1 Ankeuzfragen

## 2 Halteproblem und Reduktion

- a) Definieren sie das allgemeine Halteproblem
- b) Sei

$$L = \{ \langle M \rangle x \# y \mid M \text{ hält nur auf den Eingaben } x \text{ und } y \in \{0,1\}^* \}$$

Zeigen sie:  $L$  ist nicht rekursiv aufzählbar. Benutzen sie dazu, dass das Komplement des allgemeinen Halteproblems  $\overline{H}$  nicht rekursiv aufzählbar ist.  
Hinweis:  $Zu \Leftrightarrow$  gehören sowohl  $\Rightarrow$  als auch  $\Leftarrow$ .

## 3 Kontextfreie Grammatiken

- a) Definieren sie die kontextfreie Pumpeigenschaft.
- b) Zeigen sie für die Grammatik  $G = (V, \Sigma, S, P)$ , welche alle korrekten Klammerausdrücke erzeugt. Dabei sei

$$\begin{aligned} P &= \{ S \rightarrow [S] \mid SS \mid \varepsilon \} \\ V &= \{ S \} \\ \Sigma &= \{ [, ] \} \end{aligned}$$

Zeigen sie durch direktes Anwenden der kontextfreien Pumpeigenschaft, dass  $L(G)$  die kontextfreie Pumpeigenschaft besitzt.

- c) Sei

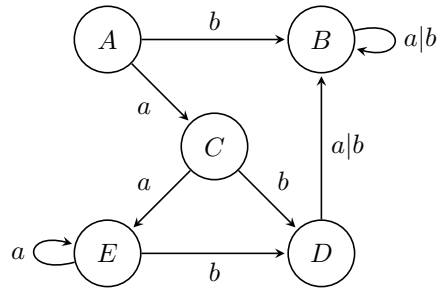
$$L = \{ a^k b^n c^m d^{n+m} \mid k \geq 1, m, n \geq 0 \}$$

Zeigen sie, dass  $L$  die kontextfreie Pumpeigenschaft nicht besitzt.

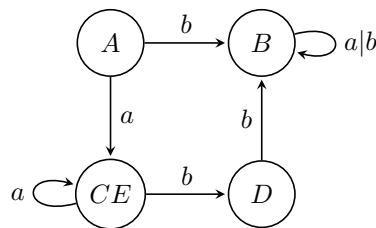
**Die Aufgabe war fehlerhaft gestellt und wurde aus der Bewertung ausgenommen. Die Sprache hat die kontextfreie Pumpeigenschaft.**

### 4 Automaten

Minimieren sie den folgenden Automaten:

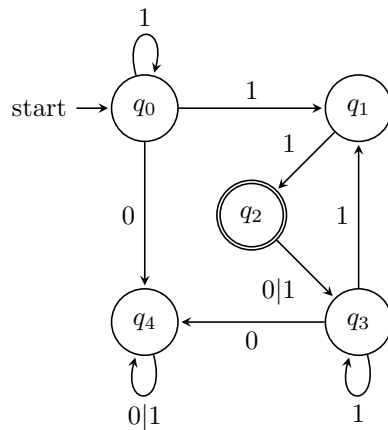


**Spoiler:** Ergebnis (ohne Gewähr)



### 5 Automaten2

Gegeben sei folgender NFA  $A$  (potentiell falsch, unsicher bei der Richtung der Kanten).



- a) Geben sie  $L(A)$  als regulären Ausdruck an.
- b) Konstruieren sie einen äquivalenten DFA zum NFA  $A$ .

## 6 Rijk

a) Kurze Einführung zum  $R_{ij}^k$ -Algorithmus.

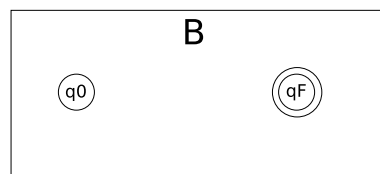
Vervollständigen sie die (Rekursions-)formeln für den  $R_{ij}^k$ -Algorithmus:

$$\begin{aligned} i \neq j: R_{i,j}^0 &= \\ i = j: R_{i,i}^0 &= \\ R_{i,j}^{k+1} &= \end{aligned}$$

b) Geben sie die Formel an, um mittels des  $R_{ij}^k$ -Algorithmus den regulären Ausdruck der vom Automaten  $A$  akzeptierten Sprache  $L(A)$  zu berechnen.

$$L(A) =$$

c) Gegeben ist ein NFA  $B$ , wobei nur Start- und Endzustand des Automaten, aber nicht dessen innere Struktur bekannt ist. Konstruieren sie mittels  $B$  einen NFA  $C$ , der  $(L(B))^*$  akzeptiert (und zeichnen sie ihn in die Abbildung ein).



## 7 NP

a) Definieren sie  $IS = \{$

b) Es gilt  $CLIQUE = \{ \langle G, k \rangle \mid \text{Der Graph } G \text{ besitzt einen vollständigen Teilgraph der Größe } k \}$ . Es ist

$$UNSORTIERT = \{ \text{bin}(a_1) \# \text{bin}(a_2) \# \dots \# \text{bin}(a_n) \mid \forall i: a_i \in \mathbb{N}; \exists j: a_j < a_{j+1} \}$$

Zeigen sie, dass  $UNSORTIERT \leq_p CLIQUE$ . Vergessen sie dabei natürlich nicht, die Laufzeit der Reduktionsfunktion anzugeben.

c) Angenommen  $P = NP$ . Ist dann UNSORTIERT NP-vollständig? Begründen sie ihre Antwort.