Klausur Theoretische Informatik 1, 2 und 3

vom 19.9.2002

Rekonstruktion der Angabe

nach bestem Wissen und Gewissen vom Arnie

und völlig ohne Gewähr

TI 1 - Prof. Dr. H. Müller

1. Gegeben zwei reguläre Ausdrücke: $\alpha = \mathrm{ab}(a^2b)^*\beta = (\mathrm{aba})^*$
   a) Zeigen Sie: $\mathrm{L}(\alpha) = \mathrm{L}(\beta)$
   b) Geben Sie eine Grammatik zu $\mathrm{L}(\alpha)$ an.
   c) Geben Sie einen deterministischen erkennenden Automaten an, der $\mathrm{L}(\alpha)$ erkennt.
2. Seien L_1, L_2 Sprachen über dem Alphabet Σ^*. Zeigen Sie:
   a) Sind L_1, L_2 entscheidbar, so ist auch L_1 - L_2 entscheidbar.
   b) Sind L_1, L_2 regulär, so ist auch L_1 - L_2 regulär.
3. Gegeben sei eine Sprache $\mathrm{L} = \{w \in (a,b)^* || l(w)| = n^3\}$
   a) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, daß die Sprache nicht regulär ist.
   b) Zeigen Sie, daß ein unendlicher Index für eine Nerode-Äqivalenzrelation existiert, und somit die Sprache nicht regulär ist.
4. Gegeben sei die Funktion $f : n \rightarrow 2n + 3$
   a) Zeigen Sie: Die Funktion ist primitiv rekursiv.
   b) Ist die Menge $M : \{w \in \{0,1\}^* | M_w$ berechnet $f\}$entscheidbar? Bitte geben Sie auch eine kurze Begründung.

TI 2 - Prof. Dr. K. Leeb

Dieser Teil enthielt viel Text, den ich nicht komplett abgeschrieben habe. Er wäre wohl auch nur bedingt hilfreich.

1. Hier war eine Transformatorschaltung beschrieben. Die $\sim$ ist die Phase, die drei Striche untereinander ist der Nulleiter, das mit den Zahlen dran sollen Wicklungen sein. Mit einem Zehnfachschalter, der jeweils fünf Anschlüsse brückt können Spannungen von 100, 120, 200 und 220 Volt ausgewählt wer-

den. Die Frage war, welche Stellung keinen Stromfluss zulässt, wieviele Möglichkeiten für einen Kurzschluß vorhanden sind, und welche Stellung welche Voltzahl erzeugt. Die nachfolgende Zeichnung ist nicht richtig, sie lässt zwei unbeschaltete Anschlüsse weg, und der SSchalter" verbindet nur drei Anschlüsse. Aber es sah so ähnlich aus... :-)

[H]

2. Stichpunkte: Posts Kriterium, maximale Klones, Vollständigkeit der Aussagenlogik, zu zeigen in Tabelle mit $\neg$ und $\rightarrow$ (Rufen sie Post an... :-))
3. Limites, Pushout, Pullback, Produkt, Coprodukt, Differenzkern, Differenzcokern, Inklusion, Assoziativität, Kommutativität, Idempotenz, anderen Namen für Untergruppe, die Kern eines Homomorphismus ist, Baum für die Assoziativität
4. kommutative Gruppe, die von 8 Vektoren in $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, +)$ erzeugt wird, die den Betrag $\sqrt{5}$ bzw. 4 die den Betrag $\sqrt{2}$ haben. (S8 bzw. A8) Frage war erstaunlicherweise im ersten Fall: Welche Felder erreicht der Springer auf dem Schachbrett (alle). Weiterhin: Maximaler Index der Untergruppe, Vertretersystem, ist normal?, Inklusionsketten in $(\mathbb{Z}^n, +)$, Dimension von Gittern in $\mathbb{Z}^n_\infty$, können Volumen ¿0 in Dimension n+1 in Dimension n Volumen 0 haben, Eigenschaften von noetherscher und Wohl-Ordnung
5. Permutationen: wann gerade (gerade Anzahl von Kanten), kann $\begin{array}{ccc} L & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{array}$ in $\begin{array}{ccc} L & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \\ 6 & 7 & 8 \end{array}$ (zu sehen als Plättchenschiebespiel, L ist Lücke) umgewandelt werden? Was ist ein Zyklus/ Pfad, Kanten von Pfad, Stern, alle Arten, (02) aus (01) und (12) zu erzeugen, (01)(23) mit zwei Dreierpermutationen schreiben [(013)(023)], (012)(3)(4) aus zwei Zweierpermutationen bauen [(12)(01)]
6. Ehrenfeucht-Fraissé Spiele Quantorentiefe, darf man gleiche Quantoren zusammenfassen, Formal dafür, Spielverlauf angeben, Quantoren $\forall$ und $\exists$ den Spielern I und II zuordnen, bis zu welcher Länge des Spiels lassen sich zwei Ordnungen unterscheiden
7. Informationsreichste Partition von 4008 in 4 Blöcken angeben (4002 + 3 + 2 + 1 und 1002 + 1002 + 1002 + 1002 sinds nicht :-) Taschenrechner ist laut Prof. Leeb nur hinderlich...)

TI 3 - Prof. Dr. V. Strehl

1. Wieviele Multiplikationen braucht fastexp (Multiplikationen und Quadrieren)

a) für Exponenten k = 234

b) im Mittel für Exponenten k mit Bitlänge l(k) = n

2. Geben Sie die Lösungstypen für die Divide and Conquer - Rekursion an

$$T(n) \in \begin{cases} \Theta()\ \text{fuer}\ a < 2 \\ \Theta()\ \text{fuer}\ a = 2 \\ \Theta()\ \text{fuer}\ a > 2 \end{cases}$$

3. Seien a,b ¿ 0,

   a) wieviele Punkte liegen auf der Geraden zwischen (a, 0) und (0, b) in der euklidischen Ebene ?

   b) wieviele für a = 255, b = 1023? Bitte begründen Sie Ihre Antwort.

4. Eine sortierte Liste wird in k Teillisten zerlegt, die dann jeweils n oder weniger Elemente haben. Aus diesen wird mit jeweils einem Vergleich, und springen zur nächsten Liste die richtige ausgewählt, hier wird dann jedes Element verglichen. f(n,k) sei die Aufwandsfunktion.

   a) Wieviele Vergleiche erfordert dieses Verfahren im worst-case?

   b) Wie wählt man k um f(n,k) zu minimieren? Bitte begründen Sie Ihre Angabe.

5. Mergesort:

   a) Geben Sie einen Entscheidungsbaum für 2 Listen mit je 2 Elementen an.

   b) Geben Sie die mittlere Höhe des Entscheidungsbaums an.

   c) Seien A,B Listen der Länge n, dann enthält der Entscheidungsbaum $\binom{2n}{n}$ Blätter. Was folgt daraus für die asymptotische Anzahl an Vergleichen?

6. Schreiben Sie einen Aufsatz über den euklidischen Algorithmus: Was macht er, wie macht er das, warum terminiert er, warum stimmt dann das Ergebnis, Aufwand, Anwendungen?

Das wars schon. :-)