



WS2015/2016



Berechenbarkeit und Formale Sprachen

Braindump der Klausur vom 1. April 2016

By failing to prepare, you are preparing to fail - BENJAMIN FRANKLIN

1 Wissensfragen

Antworten Sie mit **stimmt** oder **stimmt nicht** und begründen Sie anschließend.

- a) Jede Sprache mit kontextfreier Pumpeigenschaft enthält unendliche viele Wörter.
- b) $L' = \{\langle G, w \rangle \mid G \text{ ist Grammatik in Chomsky-Normalform, } w \in L\}$. Ist $L' \in NP$?
- c) Seien L_1, L_2 beliebige Sprachen mit $L_1 \neq L_2$ und $L_1 \cap L_2$ entscheidbar, dann muss mindestens eine der beiden Sprachen auch entscheidbar sein.

2 Reduktion

Geben Sie die Definition für das initiale Halteproblem an:

$$H_\epsilon =$$

Gegeben ist folgende Sprache:

$$L_{2b} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ ist det. 1-Band TM, für die}$$

- (i) mindestens eine Eingabe y mit $|y|$ ungerade existiert, so dass M hält
- (ii) keine Eingabe z mit $|z|$ gerade existiert, so dass M hält }

Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit von L_{2b} per Reduktion mit H_ϵ :

3 Pumpeigenschaft

Geben Sie die Definition der kontextfreien Pumpeigenschaft an:

Zeigen Sie, dass L_1 die kontextfreie Pumpeigenschaft besitzt:

$$L_1 = \{a^k b^{k+1} c^l \mid l, k \in \mathbb{N}, l, k > 0\}$$

Zeigen Sie, dass L_2 die kontextfreie Pumpeigenschaft **nicht** besitzt:

$$L_2 = \{a^k b^{k+1} c^l \mid l, k \in \mathbb{N}, l > k \geq 0\}$$

4 Grammatik

Geben Sie die **rekursive** Definition des CYK-Algorithmus $V(i, j) = \{A \mid A \in V, A \xrightarrow{*} a_i \dots a_j\}$ $i \leq j$ an:

$$V(i, i) =$$

$$V(i, j) =$$

Gegeben ist die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$

$$S \rightarrow AB|BC \quad A \rightarrow BA|a$$

$$B \rightarrow CC|b \quad C \rightarrow AB|a$$

Vervollständigen Sie die Tabelle für die Eingabe **baaba** an den Stellen $V(i, j)$.

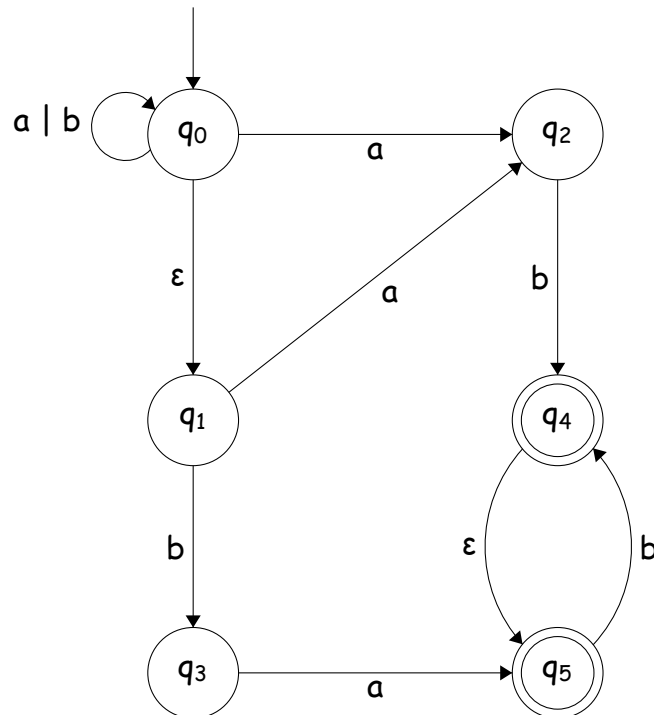
Ist das Wort $w = \text{baaba}$ in der Sprache $L(G)$?

	b	a	a	b	a
$V(1,1)$	{B}	{A,C}	{A,C}	{B}	{A,C}
$V(1,2)$		{B}	{S,C}	{S,A}	
$V(1,3)$		{B}	{B}		
$V(1,4)$	\emptyset	$V(2,5)$			
$V(1,5)$					

Erstellen Sie einen Syntaxbaum für das Wort **baaba**:

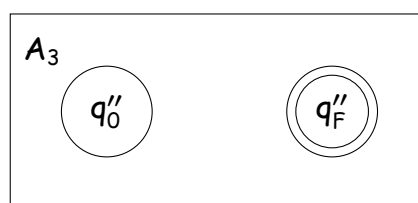
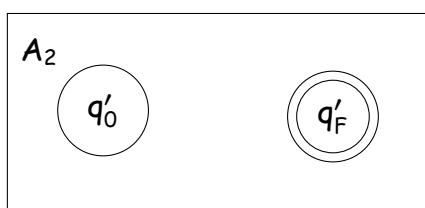
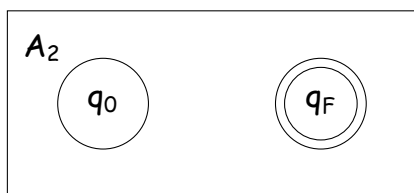
5 Automaten

Wandeln Sie den folgenden nichtdeterministischen Automaten in einen **deterministischen** Automaten um. Achten Sie dabei auch auf einen geeigneten Anfangszustand:



Konstruieren Sie aus den Automaten A_2 und A_3 einen neuen Automaten A_1 mit Anfangszustand q_0''' und Endzustand q_F''' . Dieser soll die folgende Sprache akzeptieren: $L(A_1) = (L(A_2) \circ L(A_3))^* \cup L(A_2)$

Warnung: Denken Sie an die Definition von $(\cdot)^*$ und beachten sie die Potenz 0.



6 Probleme

Geben Sie die Definition für das Knotenüberdeckungsproblem an:

VC =

Gegeben ist folgende Sprache:

$$\text{SUMME} = \{\text{bin}(a_1)\#\dots\#\text{bin}(a_n) \mid n \geq 2, \text{ alle } a_i \text{ unterschiedlich}\}$$

Reduzieren Sie $\text{SUMME} \leq_p \text{SAT}$:

7 3SAT

Vervollständigen sie den aus der Vorlesung bekannten rekursiven Algorithmus zur Berechnung von 3SAT.

Notation: $\Phi[l_1 = \text{TRUE}]$ ist Φ , wobei das Literal l_1 in Φ auf TRUE gesetzt wird.

Eingabe: Φ in CNF

Ausgabe: Ist Φ erfüllbar?

3SAT(Φ): {TRUE, FALSE}

Wähle Klausel C aus Φ

if ($C = l_1$)

 return 3SAT($\Phi[l_1 = \text{TRUE}]$)

if ($C = l_1 \vee l_2$)

 return // Das müssen Sie nicht machen

if ($C = l_1 \vee l_2 \vee l_3$)

 return

//Vervollständigen Sie den weiteren Rekursionsfall