

Notizen zur Vorlesung „Berechenbarkeit und formale Sprachen“
vom 02. Februar 2016

Besprechung der Klausur vom 27. Juli 2015:

Aufgabe 1: (2 + 2 + 2 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Sei L eine beliebige unentscheidbare Sprache. Dann besteht L aus unendlich vielen Wörtern.
- (b) Es ist unbekannt, ob es reguläre Sprachen gibt, die außerhalb von NP liegen.
- (c) Seien L_1 und L_2 beliebige Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Ist $L_1 \cup L_2$ entscheidbar, dann ist mindestens eine der beiden Sprachen entscheidbar.

Lösung:

- (a) Stimmt, endliche Sprachen sind regulär und damit entscheidbar!
- (b) Stimmt nicht, alle Sprachen in NP sind entscheidbar, reguläre Sprachen sind entscheidbar!
- (c) Stimmt nicht, Gegenbeispiel: $H \cup \overline{H}$

Aufgabe 2: (2 + 6 Punkte)

- (a) Definieren Sie das initiale Halteproblem H
- (b) Beweisen Sie mittels Reduktion, dass die Sprache

$$L_{2h} = \{M \mid M \text{ ist det. 1-Band-Turingmaschine und es gibt genau ein } z \in \{0, 1\}^*, |z| \geq 2, |z| \text{ gerade, so dass } M \text{ gestartet mit } z \text{ **nicht** hält}\}$$

nicht entscheidbar ist. Benutzen Sie, dass H_ε nicht entscheidbar ist.

Lösung:

- (a) $H_\varepsilon = \{\langle M \rangle \mid M \text{ gestartet mit leerem Band hält}\}$
- (b) 1: lies z
2: starte M mit leerem Band
3: if $z = 1010$ then goto 3
4: stop

Aufgabe 3: (2 + 3 + 4 Punkte)

- (a) Definieren Sie die kontextfreie Pump-Eigenschaft
- (b) Zeigen Sie direkt durch Anwendung der Definition der kontextfreien Pump-Eigenschaft, dass die Sprache

$$L_{3b} = \{a^k b^l c^{k+l} \mid k, l \in \mathbb{N}, k > 0, l > 0\}$$

die kontextfreie Pump-Eigenschaften besitzt.

(*Kleine Warnung:* Bei der Wahl von n_L dürfen Sie den Pumpfall $i = 0$ nicht außer Acht lassen. Es sollten Fälle wie $k = 1$ bzw. $l = 1$ in Ihrem Beweis vorkommen!)

- (c) Zeigen Sie direkt durch Anwendung der Definition der kontextfreien Pump-Eigenschaft, dass die Sprache

$$L_{3c} = \{a^k b^l c^{k+l} \mid k, l \in \mathbb{N}, l > k \geq 0\}$$

die kontextfreie Pump-Eigenschaften **nicht** besitzt.

(*Hinweis*: vergleichen Sie zum Nachdenken L_{3c} genau mit der Sprache L_{3b} aus (b))

Lösung:

- (c) z. B. sei n beliebig aber fest: $a^n b^{n+1} c^{2n+1} \rightarrow$ geht kaputt bei $i = 0$

Aufgabe 4: (5 + 3 Punkte)

Gegeben sei der folgende nichtdeterministische endliche Automat A_1 (siehe Übung: Aufgabe 57) mit $\Sigma = \{0, 1\}$:

- (a) Konstruieren Sie mit dem Verfahren der Vorlesung einen äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Zeichnen Sie nur die vom Startzustand aus erreichbaren Zustände!
- (b) ...

Aufgabe 5: CYK-Algorithmus

Aufgabe 6:

- (b) Zeigen Sie: $\text{SUMME} \leq_p \text{VC}$
- (c) angenommen $P = NP$. Zeigen Sie dann: SUMME ist NP-vollständig, indem Sie zeigen $\text{VC} \leq_p \text{SUMME}$