Klausur Braindump[*]

Berechenbarkeit und Formelle Sprachen

Diverse Teilnehmer

WINTERSEMESTER 18/19

1 Wissensfragen **6 Punkte**

Zeigen Sie oder wiederlegen Sie die Folgenden Aussagen (die jeweiligen Beweise sind äußerst kurz):

a) Sei α eine Reguläre Ausdruck. Enthält diese ein $*$ (im Sinne von $(\ldots)^*$) enthält die dadurch beschriebene Sprache unendliche viele Wörter.

b) Wenn $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ gilt, dann gibt es mindestens ein Wort in NP welches nicht entscheidbar ist.

c) Die Sprache

$$L_{1b} = \{\langle M \rangle \mid \text{M ist eine det. 1. Band TM, mit höchstens } k \text{ Zuständen}\}$$

ist entscheidbar.

2 Halteproblem **8 Punkte**

a) Geben sie die Definition des *Initialen Halteproblems* an:

$$\mathrm{H}_\varepsilon := \{$$

b) Beweisen Sie mittels Reduktion, daß die Sprache

$$\mathrm{H}_{2b} = \{\langle M \rangle \#w \mid \text{Für eine det. 1. Band TM } M \text{ existiert eine Eingabe } w \in \{0,1\}^* \text{ für die die } M \text{ nicht hällt, und für alle Eingaben } w' \neq w \text{ haltet.}\}$$

nicht entscheidbar ist. Benutzen sie dazu das H_ε nicht entscheidbar ist.

[*] *Wie Immer:* Keine Garantie auf Richtigkeit. Angaben werden zum meisten Teil vereinfacht wiedergegeben. Fehler und Verbesserungen via Gitlab melden: `https://gitlab.cs.fau.de/oj14ozun/bfs-ws18`.

3 Reguläre Pumpeigenschaft **9 Punkte**

a) Geben sie die *regulaere Pumpingeigenschaft* an:

Eine Sprache hat die reguläre Pumpingeigenschaft wenn...

b) Zeigen sie direkt durch Anwendung der Definition der regulären Pumpingeigenschaft, dass die Sprache

$$L_{3b} = \{\, z \mid z \in \{a,b\}^* \,, |z| \geq 8, |z| \text{ ist durch 4 teilbar} \,\}$$

die reguläre Pumpingeigenschaft besitzt

c) Sei $\#_a(w)$ die Funktion die die Häufigkeit des Zeichens a im Wort w berechnet.

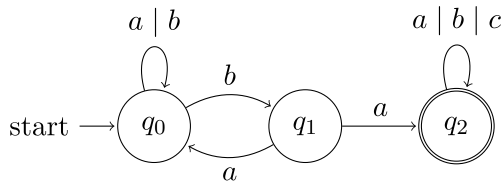
Zeigen sie direkt durch Anwendung der Definition der regulären Pumpingeigenschaft, dass die Sprache

$$L_{3c} = \{\, z \mid z \in \{a,b\}^* \,, 4 \cdot \#_a(z) = \#_b(z)\}$$

die reguläre Pumpingeigenschaft **nicht** besitzt.

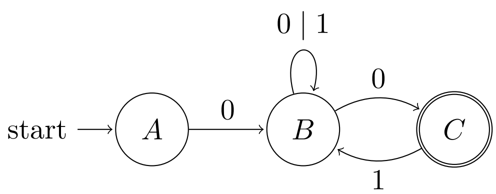
4 Automaten **10 Punkte**

a) Gegeben sei der folgende nichtdeterminischtische endliche Automat A_1 mit $\Sigma = \{a, b, c\}$:



Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung (es muß erkennbar sein!) eines zu A_1 einen äqivalenten deterministischen endlichen Automaten. Zeichnen sie nur die vom Startzusatand erreichbaren Zustände, diese aber alle. Führen Sie keine „Vereinfachungen“ durch.

b) Gegeben sei der folgende nichtdeterminischtische endliche Automat A_2 über $\Sigma = \{0, 1\}$:



Stellen sie zu diesem ein Gleichungssystem auf:

$A = 0\,B$

$B =$

$C =$

c) Lößen sie das obige Gleichungssystem und geben sie an welche Variable den regulären Ausdruck beschreibt.

5 Kontextfreie Sprache **5 Punkte**

a) Geben Sie die rekursive Definition des CYK-Algorithmus formal an:

$i = j$:

$$V(i, i) :=$$

$i < j$:

$$V(i, j) :=$$

b) Gegeben Sei die folgende Grammatik $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$,

$$\mathcal{S} \to AB|DB$$
$$A \to a$$
$$B \to b$$
$$C \to AB|DB$$
$$D \to AC$$

Vervollständigen Sie die Tabelle für die Eingabe $w =$ `aaabbb` an den Stellen $V(i, j)$. Ist das Wort w in der Sprache $L(G)$ enthalten? Wie wissen Sie dies?

a	a	a	b	b	b
{A}	{A}	{A}	{B}	{B}	{B}
{}	{}	{S,C}	{}	{}	
{}	{D}	{}	{}		
{}	{S,C}	{}			
$V(1,5)$	$V(2,6)$				
$V(1,6)$					

6 P $\stackrel{?}{=}$ NP **7 Punkte**

a) Geben sie die Definition für Clique an:

$$\textsc{Clique} := \{$$

b) Gegeben ist die Sprache $\textsc{AlleUngleich}$:

$$\textsc{AlleUngleich} = \{\mathrm{bin}(a_1)\# \dots \# \,\mathrm{bin}(a_n) \mid n \geq 2, \forall i,j \in \{1,\dots n\}\,, i \neq j, a_i \neq a_j\}$$

Zeigen Sie das $\textsc{AlleUngleich} \leq_p \textsc{Clique}$ gilt.

c) Angenommen P = NP, zeigen sie dass $\textsc{AlleUngleich}$ NP-Vollständig ist.
Verwenden Sie hierzu die Definition der NP-Vollständigkeit.