Prüfungsfragen Mathematik 2001

Numerik I für Ingenieure, Wahrscheinlichkeitsrechnung II

Prof. Grabmüller, Dr. Gräf Oktober 2001

Bemerkungen zu Prüfung und Prüfer

- Gräf:
  - eher reserviert, dennoch freundlich (wie er halt so ist...) fragt erst allgemein, wird dann aber direkter, vor allem, wenn er merkt, dass man die Frage beantworten kann, nur nicht weiss, was er genau meint
- Grabmüller:
  - Hat am Ende der Vorlesung um Mail gebeten, über welche zwei Kapitel wir gefragt werden wollen (bei mir 1. und 2.)
  - ausgesprochen freundlich, versucht durch häufiges "ja, richtig,..." zu helfen, wenn man anfängt, etwas Richtiges hinzuschreiben
  - "schenkt" einem teilweise mathematische Spitzfindigkeiten (z.B. beim Banachschen FPS: "vollständiger" metrischer Raum in der Voraussetzung)

Fragen

Wahrscheinlichkeitsrechnung 2

- Definition einer Markoffkette (mit Zylindermengen, Vergangenheit, Zukunft und der entsprechenden Definition - Script (2.19)), er wollte zwar was mit Pfaden hören, aber das hat ihm auch (oder erst recht) gereicht
- Verhalten von Markoffketten für t gegen unendlich: Existenz einer stationären Verteilung (bei ergodischen Markoffketten) - Script (Satz 2.4.6)); Berechnung der stationären Verteilung: Formel u=uP
- Graph aus einer 5x5 Übergangsmatrix, die er dabei hatte hinschreiben, Zustände klassifizieren (endlich ⇒ mind einer pos. rekurrent (nullrekurrent geht hier nicht), irreduzibel ⇒ alle pos. rekurrent, einer aperiodisch ⇒ alle aperiodisch, alles zusammen ⇒ ergodische Markoffkette)
- Prinzip der Berechnung der stat. Verteilung (im Bsp. offensichtlich: Schnittsatz)
- Themawechsel: Absorbierende Markoffketten, Definition absorbierender Zustand, Formel zur Berechnung der Absorptionswahrscheinlichkeiten - Script (Satz 2.3.3) (er hat mich zunächst noch den Graphen für die kühne Strategie hinmalen lassen)
- Markoffprozesse: Bedeutung der Kantenbeschriftung im Graphen hier (Intensitäten), Definition dieser (Ableitung der Überg.wahrsch. im Punkt t=0), Berechnung der stationären Verteilung hier (charakteristische Differentialgleichungen nullsetzen)

Numerik I

- Ax=b: wann lösbar (Determinante ungleich Null)
- Definition der Konditionszahl
- Beispiele für Matrixnormen (Zeilensummennorm, Spaltensummennorm, Gesamtnorm)
- Kompatibilität Matrixnorm ↔ Vektornorm
- Submultiplikativität bei Matrixnormen
- Existiert zu jeder Vektornorm eine kompatible, submultiplikative Matrixnorm? (ja, die natürliche Matrixnorm, Definition hingeschrieben); zusätzliche Eigenschaft dieser? (kleinste kompatible Matrixnorm)
- natürliche Matrixnorm zu euklidischer Norm (Spektralnorm, Definition), Spektralradius (Definition), wann gleich (hermitesche Matrizen)
- Satz über Fehler in den Ausgangsdaten - Script (Satz 1.17)
- übliche Grössenordnung einer schlecht konditionierten Matrix ($> 10^9$)
- iterative Verfahren: Fixpunktformel ($x = Bx + d$)

- ein spezielles Verfahren: B dazu (ich habe JOR genommen)
- Unterschied Einzelschrittverfahren $\leftrightarrow$ Gesamtschrittverfahren
- Notwendiges und hinreichendes Kriterium für Konvergenz (Spektralradius < 1)
- Einfach nachprüfbare Kriterien f. Konvergenz (starke Zeilen- oder Spaltendiagonaldominanz, schwache Zeilen- oder Spaltendiagonaldom.+Irreduzibilität)
- Definition von Irreduziblität (ich hab' zuerst die formale Definition angegeben - Script (Definition 2.5))
- wie kann man das noch sehen (zur Matrix "gehörender" Graph)
- Dann hat er unter der Bemerkung, er müsse seine Fragen mal mit denen von Herrn Gräf abstimmen, einen Zettel hervorgezogen, auf dem eine 5x5-Matrix mit Zahleneinträgen und einer unbekannten x war und mich den zugehörigen Graphen hinmalen lassen und als Frage formuliert, für welche x die Matrix nun irreduzibel ist und für welche nicht (war einfach, für x gleich Null reduzibel, sonst irreduzibel)
- Am Ende noch die Voraussetzung zum Banachschen Fixpunktsatz (vollständiger, metrischer Raum mit kontrahierender Abbildung) und die a priori-Abschätzung dazu - Script (Kapitel 2 (1.13))