

A20)

a)

zZ: $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für alle Eingaben}\}$ ist unentscheidbar.

Eingabe in Halteproblem-TM: Maschine $\langle M \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} \langle M \rangle = x & : \quad \langle FM_{\langle M \rangle} \rangle \\ \text{sonst} & : \quad \langle I \rangle \end{cases}$$

f ist total und berechenbar.

I :

1. Eingabe sei z
2. Endlosschleife

$FM_{\langle M \rangle}$:

1. Eingabe sei z
2. falls $z = 0$
3. starte M
4. sonst
5. halte

$x = \langle M \rangle \wedge M \in H \Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält für 0 und alle anderen Eingaben

$\Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält für alle Eingaben

$\Rightarrow f(x) \in L_1$

$x \notin H \wedge x \neq \langle M \rangle \Rightarrow I$ hält nicht für alle Eingaben

$\Rightarrow f(x) \notin L_1$

$x \notin H \wedge x = \langle M \rangle \Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält nicht für Eingabe 0

$\Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält nicht für alle Eingaben

$\Rightarrow f(x) \notin L_1$

\Rightarrow Wenn L entscheidbar wäre, wäre das Halteproblem auch entscheidbar, somit ist L unentscheidbar.

b)

zZ: $L = \{\langle M \rangle \mid \text{es gibt nur endlich viele Eingaben, für die } M \text{ hält}\}$ ist unentscheidbar.

Eingabe in Halteproblem-TM: Maschine $\langle M \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} \langle M \rangle = x & : \quad \langle FM_{\langle M \rangle} \rangle \\ \text{sonst} & : \quad \langle I \rangle \end{cases}$$

$I :$

1. Eingabe sei z
2. Endlosschleife

$FM_{\langle M \rangle} :$

1. Eingabe sei z
2. falls $z = 1$
3. halte
4. sonst
5. starte M

$x = \langle M \rangle \wedge M \in H \Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält für 1 und alle anderen Eingaben

$\Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält für alle Eingaben

$\Rightarrow f(x) \in L$

$x \notin H \wedge x \neq \langle M \rangle \Rightarrow I$ hält nicht für alle Eingaben

$\Rightarrow f(x) \notin L$

$x \notin H \wedge x = \langle M \rangle \Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält nur für Eingabe 1

$\Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$ hält nicht für alle Eingaben

$\Rightarrow f(x) \notin L$

\Rightarrow Wenn L entscheidbar wäre, wäre das Halteproblem auch entscheidbar, somit ist L unentscheidbar.