

# GdS Übungsskript

SoSe 2022



Wenn dir diese Zusammenfassung geholfen hat und du mir dabei helfen möchtest, noch mehr Zeit und Energie in weitere Skripte zu investieren, würde ich mich sehr über deine [Unterstützung](#) freuen.



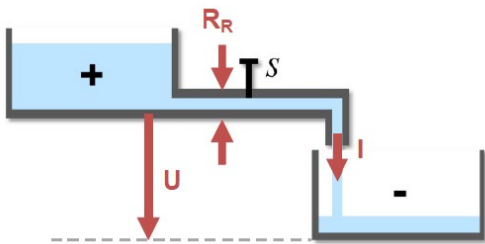
## Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>0. Übung</b>  | <b>2</b>  |
| Wasseranalogie . . . . .   | 2         |
| Übersicht . . . . .  | 2         |
| <b>1. Übung</b>  | <b>3</b>  |
| Übersicht . . . . .  | 3         |
| <b>2. Übung</b>  | <b>3</b>  |
| Kirchhoff'sche Regeln . . . . .  | 3         |
| Aufgabe 2.3 - Spannungsteiler . . . . .                                | 3         |
| Aufgabe 2.4 - Stromteiler . . . . .                                    | 3         |
| Übersicht . . . . .  | 4         |
| <b>3. Übung</b>  | <b>4</b>  |
| Übersicht . . . . .  | 4         |
| <b>Vorlesung</b>   | <b>4</b>  |
| Lineare Differentialgleichung (DGL) . . . . .                          | 4         |
| Differentialgleichungen zur Beschreibung von Schaltvorgängen . . . . . | 4         |
| Bauelemente . . . . .  | 5         |
| Widerstand - R . . . . .   | 5         |
| Kondensator (Kapazität) - C . . . . .                                  | 5         |
| Spule (Induktivität) - L . . . . .                                     | 5         |
| <b>4. und 5. Übung</b>   | <b>5</b>  |
| Schaltnetzwerke . . . . .  | 5         |
| Kondensator (RC-Netzwerk) . . . . .                                    | 6         |
| Spule (RL-Netzwerk) . . . . .  | 6         |
| Zusammenfassung . . . . .  | 6         |
| <b>6. Übung</b>  | <b>7</b>  |
| Übersicht - Komplexe Zahlen . . . . .                                  | 7         |
| <b>Vorlesung und 7. Übung</b>  | <b>7</b>  |
| Stromstärke und Spannung als imaginäre Zahlen . . . . .                | 7         |
| Impedanz und Admittanz . . . . .                                       | 8         |
| Bauelemente . . . . .  | 9         |
| Die zwei Wege zur Berechnung eines Wechselstromkreises . . . . .       | 9         |
| <b>Vorlesung und 8. Übung</b>  | <b>10</b> |
| Übertragungsfunktion und Frequenzgang . . . . .                        | 10        |
| Hoch- und Tiefpass . . . . .   | 11        |
| Allgemein Filter . . . . .   | 12        |
| Bode-Diagramm . . . . .  | 12        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Vorlesung und 9. Übung</b>   | <b>13</b> |
| Diode . . . . .   | 13        |
| Transistor . . . . .  | 13        |
| Bipolartransistor . . . . .   | 13        |
| Feldeffekttransistor (MOS-FET) . . . . .                                  | 13        |
| Kennlinien . . . . .  | 14        |
| Operationsverstärker (OPV) . . . . .                                      | 14        |
| Idealer Operationsverstärker . . . . .                                    | 14        |
| Gegen-/ Rückkopplung . . . . .  | 14        |
| <b>Vorlesung und 10. Übung</b>  | <b>15</b> |
| CMOS . . . . .  | 15        |
| Analog-Digital-Umsetzer (ADU) und Digital-Analog-Umsetzer (DAU) . . . . . | 15        |
| Kenngrößen . . . . .  | 15        |
| Umsetzungsprinzipien . . . . .  | 16        |
| <b>Unterstützung</b>  | <b>16</b> |

## 0. Übung

### Wasseranalogie



$U$  ist die Spannung (der Höhenunterschied)  
 $I$  der Strom/Stromstärke (die eigentliche Durchflussmenge)  
 $R_R$  ein Widerstand  
 $S$  ein Ein/Aus-Schalter  
 Da die + und - Pole der technischen Stromrichtung entsprechen, „fließen“ hier die Elektronen (das Wasser) vom + zum - Pol.

### Übersicht

- Coloumbsches Gesetz:  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{e}_r$
- Elektrische Energie:  $W = Q \cdot U$
- Potenzielle Energie:  $E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$
- Ohm'sches Gesetz:  $U = R \cdot I$
- Elektrische Leistung:  $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$

# 1. Übung

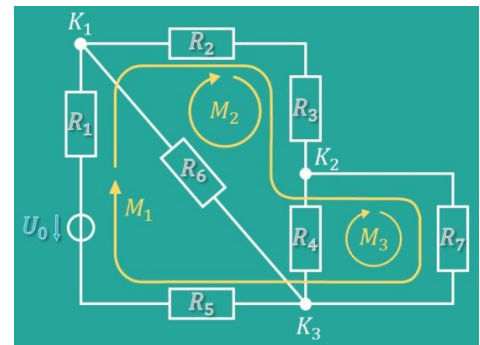
## Übersicht

- Oberfläche:  $A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$
  - Strömungsgeschwindigkeit:  $v = \frac{I}{e \cdot n \cdot A}$
  - Spezifischer Widerstand:  $R = \frac{\rho_{Atom} \cdot l}{A}$
  - Reihenschaltung:  $R_{ges} = \sum_{k=1}^n R_k$
  - Parallelschaltung:  $\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \Leftrightarrow R_{ges} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$
- Bei zwei Widerständen:  $R_{ges} = R_1 || R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

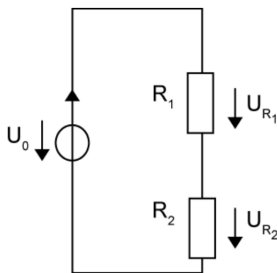
# 2. Übung

## Kirchhoff'sche Regeln

- Die Summe aller Ströme an einem Knoten muss 0 sein, da der Knoten ansonsten ein „Ladungsspeicher/-erzeuger“ wäre, was physikalisch nicht möglich ist.
- Da Summe aller Spannungen in einer Masche muss 0 sein, da gemäß dem Energieerhaltungssatz (in einem geschlossenen System) die Energie am Ende der Energie am Anfang entsprechen muss.  
Eine Parallelschaltung gilt als ein Stromkabel für eine Masche, da die parallelen Schaltungen voneinander abhängig sind.

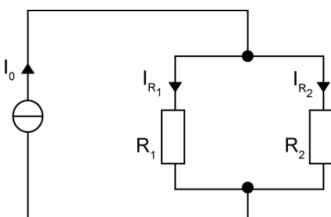


## Aufgabe 2.3 - Spannungsteiler



- $U_0 = I_0 \cdot R_{ges} \rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R_{ges}}$
- $U_n = U_0 \cdot \frac{R_n}{R_{ges}} \Rightarrow \frac{U_n}{U_0} = \frac{R_n}{R_{ges}}$

## Aufgabe 2.4 - Stromteiler



In diesem Fall (nur bei 2 Widerständen!):

- $R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- $U_1 = I_1 \cdot R_1 = U_0 \Rightarrow I_1 \cdot R_1 = I_0 \cdot R_{ges}$
- $I_1 = I_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$
- $I_2 = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

## Übersicht

- Maschenregel:  $\sum_k^n U_k = 0$
- Knotenregel:  $\sum_k^n I_k = 0$
- Spannungsteiler:  $\frac{U_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$
- Stromteiler:  $\frac{I_1}{I_0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

## 3. Übung

### Übersicht

- Überlagerungssatz:
  1. Jede Quelle einzeln betrachten
    - Alle anderen Stromquellen sind im Leerlauf ( $I = 0$ )
    - Alle anderen Spannungsquellen haben einen Kurzschluss ( $U = 0$ )
  2. Überlagern (Addition) der Teilergebnisse
- Intuitives Lösen von Widerstandsnetzwerken
  - Kirchhoff'sche Regeln (Maschen- und Knotenregel)
  - Parallel- und Reihenschaltungsregeln
  - Spannungs- und Stromteiler

## Vorlesung

### Lineare Differentialgleichung (DGL)

Eine lineare DGL 1. Ordnung (mit konstanten Koeffizienten) ist von der Form:

$$y'(t) + \alpha \cdot y(t) = f(t)$$

Die DGL heißt homogen, wenn  $f(t) = 0$ , andernfalls inhomogen. Die entsprechende homogene DGL lautet also:

$$y'(t) + \alpha \cdot y(t) = 0$$

### Differentialgleichungen zur Beschreibung von Schaltvorgängen

Vorgehensweise:

1. Aufstellen der Netzwerkgleichungen (in Abhängigkeit von  $t$ ), z. B. Knoten- oder Maschenregel
2. Einsetzen der Bauelementgleichungen (s. unten, z. B. Spule, Kondensator, etc.)
3. Differentialgleichung aufstellen
4. Lösen der Differentialgleichung über  $t$

3 Phasen:

1. Ausgangszustand - Zustand vor dem Schaltvorgang
2. Ausgleichsvorgang - Eigentlicher Schaltvorgang
3. Endzustand - Zustand nach dem Schaltvorgang

Homogene Lösung ( $t \geq t_0$ ): Übergang vom Ausgangs- in den Endzustand

Partikuläre Lösung ( $t \rightarrow \infty$ ): Zustand nach dem Schaltvorgang

DGL = Homogene Lösung + Partikuläre Lösung

# Bauelemente

## Widerstand - R

### Kondensator (Kapazität) - C

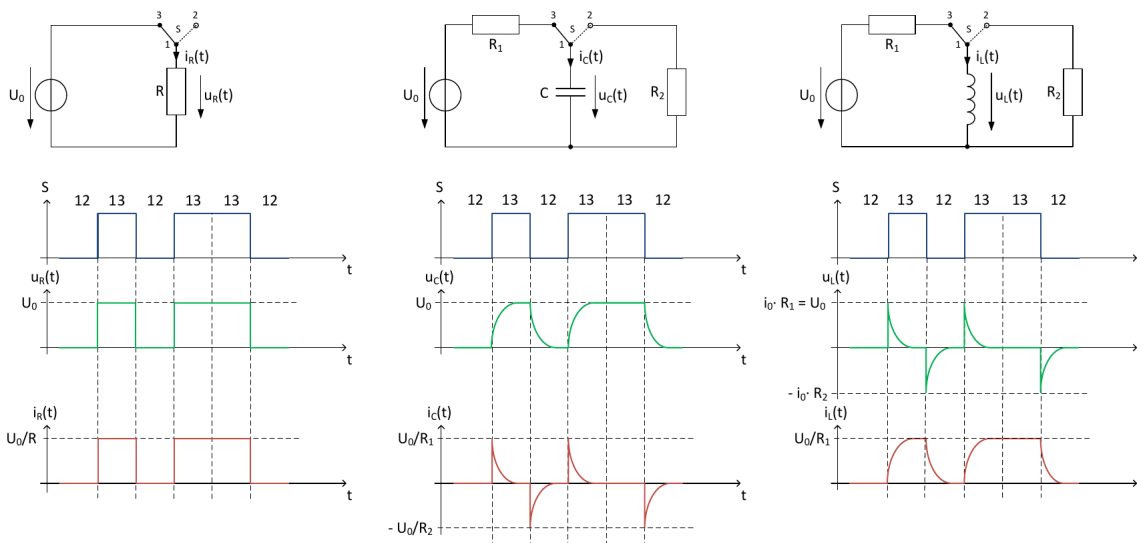
- Energiespeicher (von elektrischen Ladungen)
- Kapazität:  $C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$
- Gespeicherte Energie:  $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} U Q$
- Reihenschaltung:  $\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$
- Parallelschaltung:  $C_{ges} = \sum_{k=1}^n C_k$
- Induzierter Strom:  $i_c(t) = C \cdot u_c'(t)$   
 $\Rightarrow$  Bei Gleichspannung ist ein Kondensator (eine Kapazität) ein unendlich großer Widerstand (= Leerlauf).

### Spule (Induktivität) - L

- Energiespeicher in Form eines Magnetfelds
- Gespeicherte Energie:  $W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$
- Reihenschaltung:  $L_{ges} = \sum_{k=1}^n L_k$
- Parallelschaltung:  $\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}$
- Induzierte Spannung:  $u_L(t) = L \cdot i_L'(t)$  [Einheit:  $1H$  (Henry) =  $1 \frac{Vs}{A} = 1\Omega s$ ]  
 $\Rightarrow$  Bei Gleichstrom ist eine Spule (eine Induktivität) ein Kurzschluss.

## 4. und 5. Übung

### Schaltnetzwerke



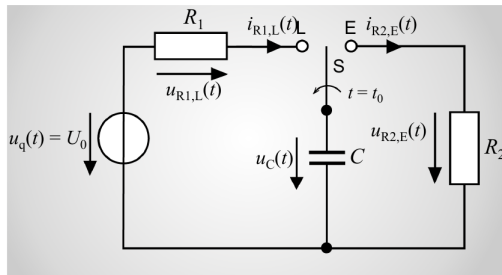
**Achtung:**  $R_1, R_2$  notwendig, sonst I bzw. U gegen unendlich

## Kondensator (RC-Netzwerk)

• Schaltung:

Hier:  
 $R_1 \neq R_2$

Für Herleitung  
relevant...



• geg.:  $u_q(t)$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C$   
• ges.: zeitlicher Verlauf der Spannung  $u_C(t)$

S... Schalter  
L... Laden  
E... Entladen

• Maschengleichung ( $t \geq t_0$ ):  $u_{R1,L}(t) + u_C(t) = u_q(t)$

• Bauelementgleichungen:  $u_{R1,L}(t) = R_1 \cdot i_{R1,L}(t)$  und  $i_{R1,L}(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$

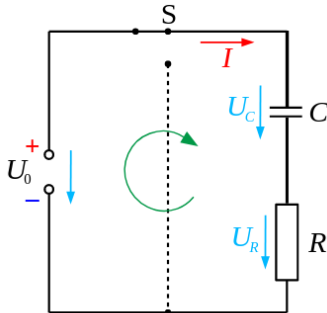
• Einsetzen  $R_1 \cdot i_{R1,L}(t) + u_C(t) = u_q(t)$

$$R_1 C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_q(t)$$

• Somit  $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_C(t) = \frac{1}{R_1 C} u_q(t)$

Lineare Differentialgleichung  
mit konstanten Koeffizienten  
1. Ordnung

• Wenn es sich bei den Ableitungen um zeitliche Ableitungen handelt,  
wird anstelle  $y'(t)$  häufig  $\frac{dy(t)}{dt}$  geschrieben.



• Für  $t \rightarrow \infty$ :  $C$  ist Leerlauf ( $I_C = 0$ )

• Für  $t \rightarrow 0$ :  $C$  ist Kurzschluss ( $R_C = 0$ )

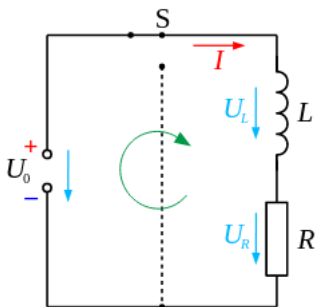
• Zeitkonstante  $\tau = R \cdot C$

$$u_C(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{RC}}\right)$$

$$i_C(t) = C \cdot u'_C(t) \quad (\text{Laut Leifiphysik: } i_C(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{RC}})$$

$$u_R(t) = R \cdot i_C(t)$$

## Spule (RL-Netzwerk)



• Für  $t \rightarrow \infty$ :  $L$  ist Kurzschluss ( $R_L = 0$ )

• Für  $t \rightarrow 0$ :  $L$  ist Leerlauf ( $I_L = 0$ )

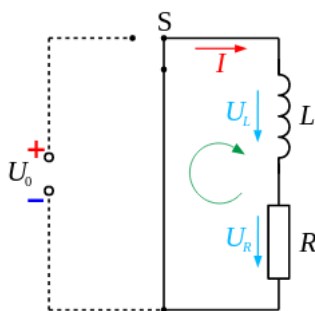
• Zeitkonstante  $\tau = \frac{L}{R}$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-t_0)R}{L}}\right)$$

• 2. Formel aus der VL?? - TODO:  $i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$

$$u_L(t) = L \cdot i'_L(t) \quad (\text{Laut Leifiphysik: } u_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = U_0 \cdot e^{-\frac{(t-t_0)R}{L}})$$

$$u_R(t) = R \cdot i_L(t)$$



## Zusammenfassung

|             | $t = t_0$   | $t \rightarrow \infty$ (eingeschwungen) |
|-------------|-------------|---|
| Kondensator | Kurzschluss | Leerlauf                                |
| Spule       | Leerlauf    | Kurzschluss                             |

|             | $u(t)$  | $i(t)$  | $\tau$               |
|-------------|---|---|----------------------|
| Kondensator | $u_C(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$ | $i_C(t) = C \cdot u'_C(t)$  | $\tau = R \cdot C$   |
| Spule       | $u_L(t) = L \cdot i'_L(t)$                                    | $i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$ | $\tau = \frac{L}{R}$ |

## 6. Übung

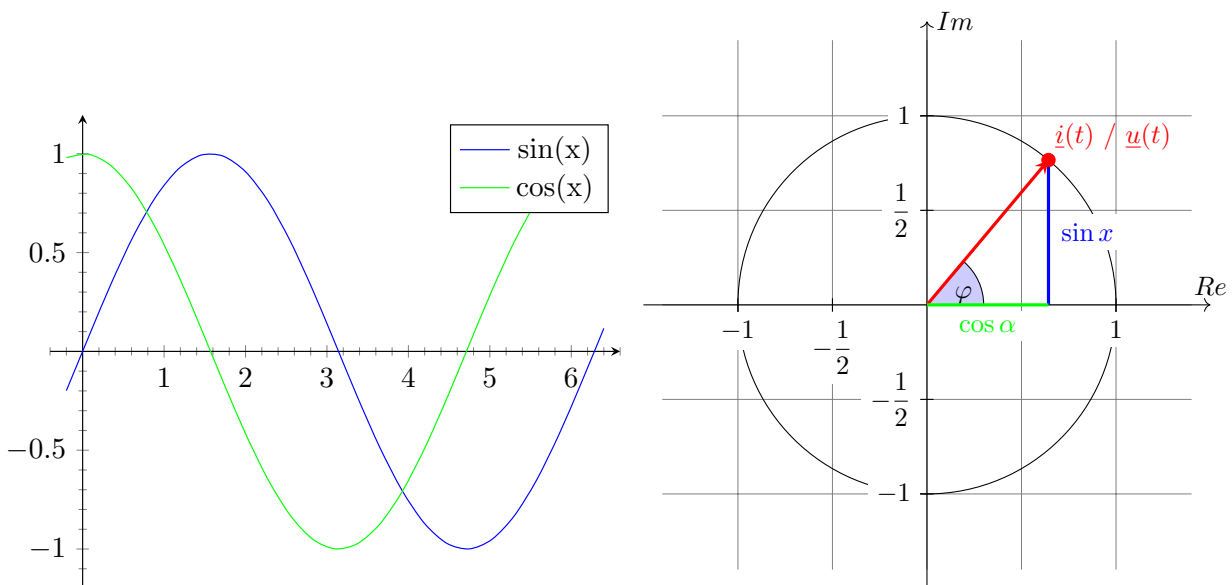
Im Schaltkreis je nach Zeitpunkt die Kondensatoren und Spulen strikt als Leerlauf oder Kurzschluss betrachten, wenn nicht explizit nach  $i_{C,L}$  oder  $u_{C,L}$  gefragt ist.

### Übersicht - Komplexe Zahlen

- Siehe [MatheC1-Skript](#)
- $z = Re + j Im$
- $|z| = \sqrt{Re^2 + Im^2}$
- $\arg(z) = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right)$
- Polarkoordinatendarstellung:  $z = |z| \cdot (\cos(\arg(z)) + j \sin(\arg(z)))$
- Euler'sche Darstellung:  $z = |z| \cdot e^{j \arg(z)}$

## Vorlesung und 7. Übung

### Stromstärke und Spannung als imaginäre Zahlen



Der sinusförmige Verlauf einer Wechselspannung lässt sich als imaginäre Zahl auffassen. Dadurch wird es nun möglich die gleichen Formeln für Gleich- und Wechselspannung zu verwenden. Wechselspannung ist dabei einfach ein rotierender Zeiger gegen den Uhrzeigersinn.

Der entsprechende Winkel lässt sich wie folgt berechnen:

- $\varphi = \omega \cdot t$
- Frequenz:  $f = \frac{1}{T}$  [Hz],  $T =$  Periodendauer
- Kreisfrequenz:  $\omega = 2\pi f$

Sinus und Cosinus lassen sich damit als imaginäre Zahlen darstellen. Da der Buchstabe  $i$  schon für die Stromstärke benutzt wird, wird stattdessen  $j$  benutzt.

- $j = i = \sqrt{-1} \quad j^2 = i^2 = -1 \quad (j \text{ ist dasgleiche wie } i!)$
- $\cos(\omega t) = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$
- $\sin(\omega t) = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$

Damit lassen sich nun auch Stromstärke, Spannung und Widerstand als imaginäre Zahlen darstellen.

- $\underline{i}(t) = \hat{i} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} = \hat{i} \cdot e^{j\omega t}$
- $\underline{u}(t) = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \hat{u} \cdot e^{j\omega t}$

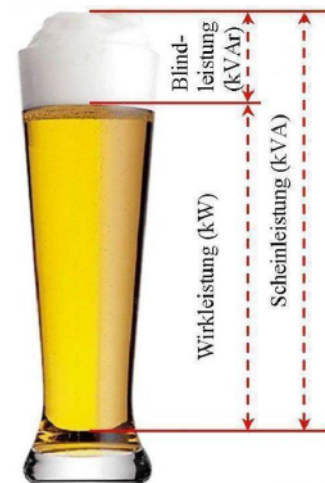
Das  $\hat{\phantom{x}}$  steht jeweils für die Amplitude (den maximalen Wert, bspw.  $\sin(\hat{x}) = \cos(\hat{x}) = 1$ ).

$\underline{i}(t)$  und  $\underline{u}(t)$  werden jeweils unterstrichen, um zu kennzeichnen, dass es sich um die „imaginären“ Funktionen handelt.

| Zeitabhängige Spannung  | Komplexe Amplitude   |
|---|--|
| $\hat{u} \cos(\omega t)$  | $\hat{u} = \hat{u}$  |
| $\hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u)$  | $\hat{u} = \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u}$                   |
| $\hat{u} \sin \omega t = \hat{u} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ | $\hat{u} = \hat{u} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$              |
| $\hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u)$  | $\hat{u} = \hat{u} \cdot e^{j(\varphi_u - \frac{\pi}{2})}$ |

## Impedanz und Admittanz

- Impedanz (komplexer Widerstand):  $\underline{Z} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \quad [\Omega]$ 
  - $\underline{Z} = R + jX$
  - $Re(\underline{Z}) = R$  : Der Realteil der Impedanz ist der „bekannte“ Widerstand (Wirkwiderstand / Resistanz)
  - $Im(\underline{Z}) = X$  : Blindwiderstand (Reaktanz)
  - $|\underline{Z}|$  : Schweinwiderstand
- Admittanz:  $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \quad [S]$ 
  - $Re(\underline{Y}) = G$  : Wirkleitwert (Konduktanz)
  - $Im(\underline{Y}) = B$  : Blindleitwert (Suszeptanz)
  - $|\underline{Y}|$  : Schweinleitwert



Impedanz und Admittanz haben i. d. R. keine physikalische Entsprechung.

**Auch für die „imaginären Funktionen“ gelten die bekannten „realen“ Regeln:**

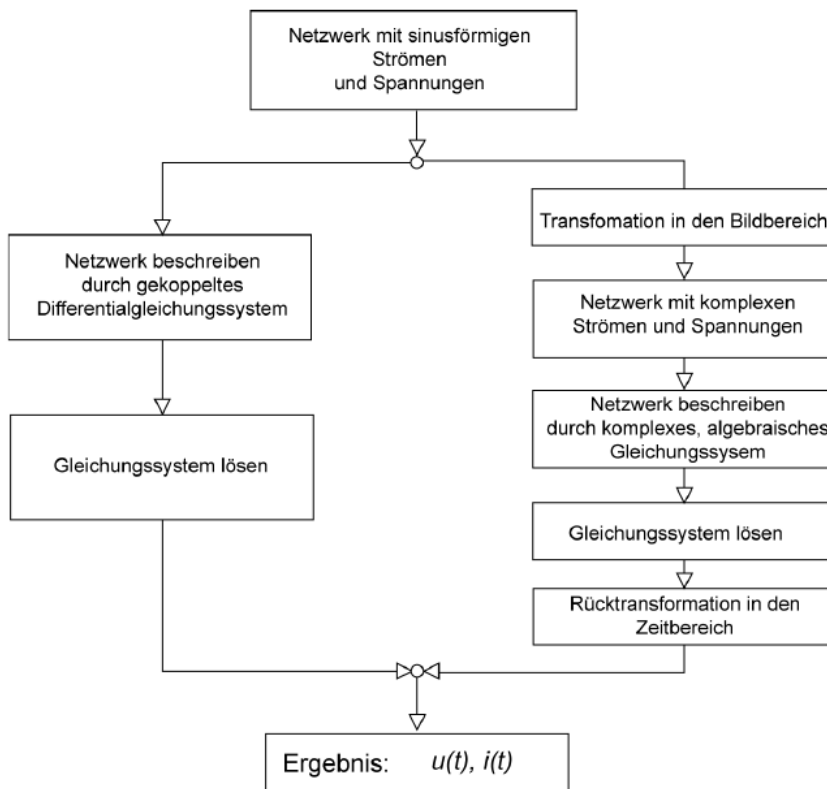
- Reihenschaltung:  $\underline{Z}_{Ges} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k$
- Parallelschaltung:  $\frac{1}{\underline{Z}_{Ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\underline{Z}_k}$
- Maschenregel:  $\sum_{k=1}^n \hat{u} = 0$
- Knotenregel:  $\sum_{k=1}^n \hat{i} = 0$



## Bauelemente

|                    | Widerstand - R   | Kondensator - C  | Spule - L  |
|--------------------|--|--|--|
| Spannung           | $u_R(t) = R \cdot i(t)$                                    | $u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt$  | $u_L(t) = L \cdot i'(t)$   |
| Spannungsamplitude | $\hat{u}_R = R \cdot \hat{i}$                              | $\hat{u} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \hat{i}$  | $\hat{u} = j\omega L \cdot \hat{i}$                                  |
| Stromstärke        | $\underline{i}(t) = \frac{\hat{u}}{R} \cdot e^{j\omega t}$ | $\underline{i}(t) = C \cdot \underline{u}'(t) = j\omega C \hat{u} \cdot e^{j\omega t}$ | $\underline{i}(t) = \frac{1}{j\omega L} \hat{u} \cdot e^{j\omega t}$ |
| Stromamplitude     | $\hat{i} = \frac{1}{R} \cdot \hat{u}$                      | $\hat{i} = j\omega C \cdot \hat{u}$  | $\hat{i} = \frac{1}{j\omega L} \cdot \hat{u}$                        |
| Impedanz           | $\underline{Z}_R = R$                                      | $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$  | $\underline{Z}_L = j\omega L$  |
|                    | $\underline{Z}_R(\omega \rightarrow 0) = R$                | $\underline{Z}_C(\omega \rightarrow 0) = \infty$<br>Leerlauf                           | $\underline{Z}_L(\omega \rightarrow 0) = 0$<br>Kurzschluss           |
|                    | $\underline{Z}_R(\omega \rightarrow \infty) = R$           | $\underline{Z}_C(\omega \rightarrow \infty) = 0$<br>Kurzschluss                        | $\underline{Z}_L(\omega \rightarrow \infty) = \infty$<br>Leerlauf    |

## Die zwei Wege zur Berechnung eines Wechselstromkreises



„Transformation in den Bildbereich“ meint die Umwandlung in die „imaginären“ Formeln und die „Rücktransformation in den Zeitbereich“ das Berechnen des Realteils vom Endergebnis. - TODO besser formulieren  
 Außerdem muss die „Anregung“ mit einer „harmonischen“ Funktion (sin, cos) erfolgen.  
 Ein- bzw. Ausschwingvorgänge, z.B. nach Betätigung eines Schalters, können mit der komplexen Wechselstromrechnung nicht untersucht werden („Lösung für  $t \rightarrow \infty$ “)

# Vorlesung und 8. Übung

## Übertragungsfunktion und Frequenzgang

- Übertragungsfunktion:  $\underline{H}(j\omega) = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_0}$

Die Übertragungsfunktion ist also eine gebrochen rationale Funktion:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_0} = \dots = \frac{Z \text{ (Zählerpolynom)}}{N \text{ (Nennerpolynom)}}$$

- Amplitudengang:  $A(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$
- Phasengang/-verschiebung:  $\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg(Z) - \arg(N)$
- Grenzfrequenz  $\omega_g$ :  $A(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

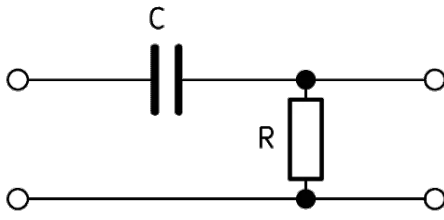
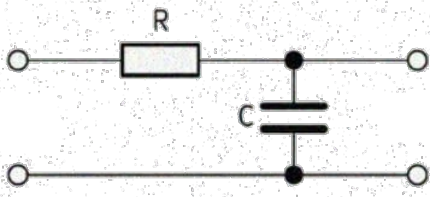
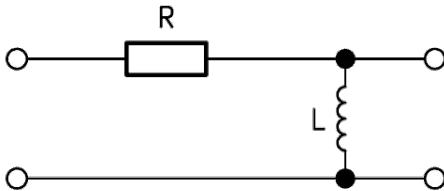
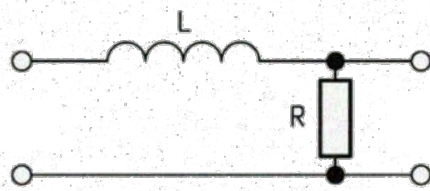
Der Ausgangswert ist  $-3dB$  oder  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -mal kleiner als der zugehörige Eingangswert.

- Pegel:  $L = 10 \cdot \log\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{U_1}{U_0}\right) \quad [dB]$

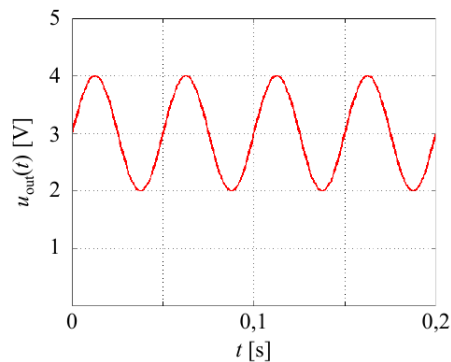
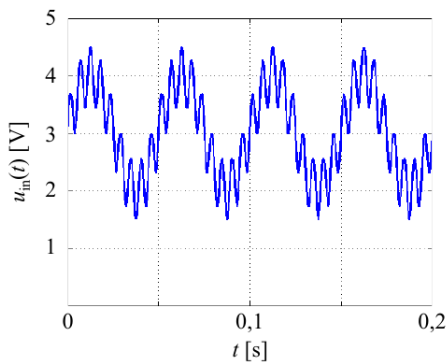
$$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{U_1}{U_0} = 10^{\frac{L}{20}}$$

## Hoch- und Tiefpass

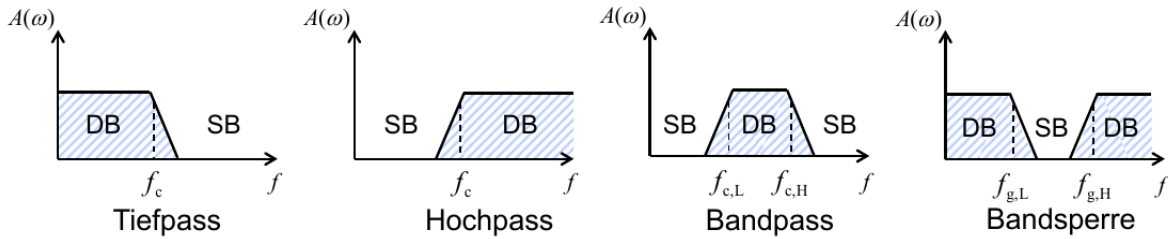
Je nach Frequenz geht die Impedanz (der „imaginäre Widerstand“) des Kondensators/Spule gegen 0 oder  $\infty$ , wodurch die entsprechende Frequenz durchgelassen oder blockiert wird.

|                    | <b>Hochpass</b><br>(Lässt nur hohe Frequenzen durch)   | <b>Tiefpass</b><br>(Lässt nur niedrige Frequenzen durch)  |
|--------------------|--|---|
| <b>Kondensator</b> | <p style="text-align: center;"><u>RC-Hochpass</u></p>  $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}}$ $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC) + \frac{\pi}{2}$ $\omega_g = \frac{1}{RC} \quad \varphi(\omega_g) = 45^\circ$ | <p style="text-align: center;"><u>RC-Tiefpass</u></p>  $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$ $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC)$ $\omega_g = \frac{1}{RC} \quad \varphi(\omega_g) = -45^\circ$ |
| <b>Spule</b>       | <p style="text-align: center;"><u>RL-Hochpass</u></p>  $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\omega L}{j\omega L + R}$ $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega_g L}\right)^2}}$ $\omega_g = \frac{R}{L} \quad \varphi(\omega_g) = 45^\circ$  | <p style="text-align: center;"><u>RL-Tiefpass</u></p>   |

Beispielhafte Anwendung eines Tiefpass-Filters:



## Allgemein Filter



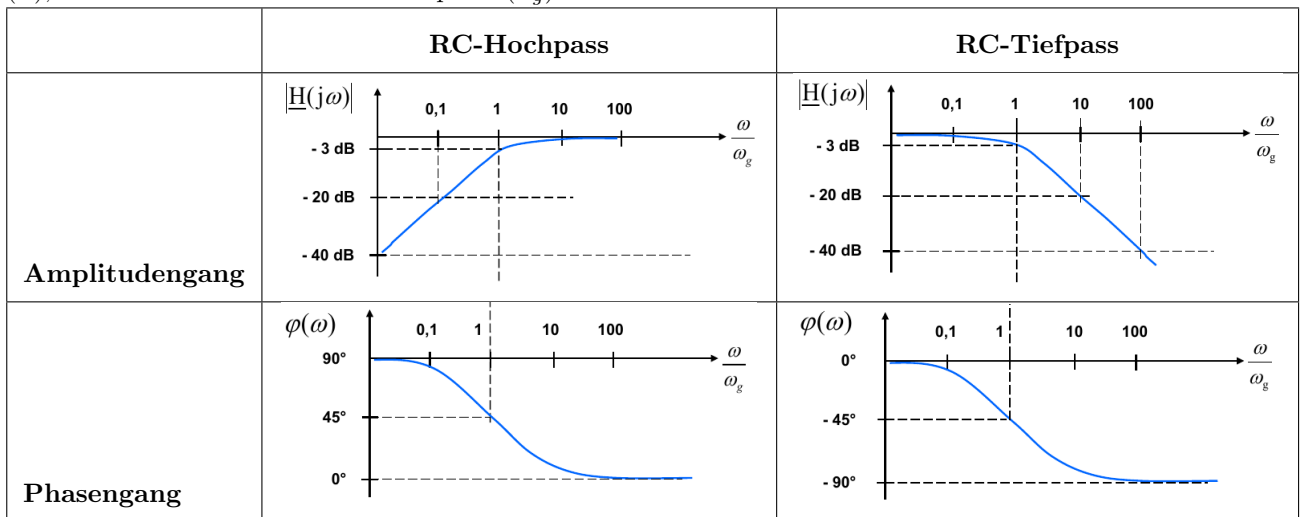
DB = Durchlassbereich, SB = Sperrbereich

Ein Filter verändert die Amplitude und Phase eines Eingangssignals in Abhängigkeit der Frequenz. Beispielsweise lassen sich mit Filtern ungewünschte Frequenzanteile unterdrücken.

Die Grenzfrequenz  $\omega_g$  (3dB-Unterschied zum Maximum des Amplitudengangs ( $A(\omega)$ )) ist die Grenze zwischen Durchlass- und Sperrbereich.

## Bode-Diagramm

Darstellung des Amplitudengangs ( $A(\omega)$ ) und des Phasenverlaufs ( $\varphi(\omega)$ ) über eine logarithmische Frequenzskala ( $\omega$ ), evtl. normiert auf eine Grenzfrequenz ( $\omega_g$ ).



Beim Zeichnen müssen drei Grenzfälle beachtet werden:

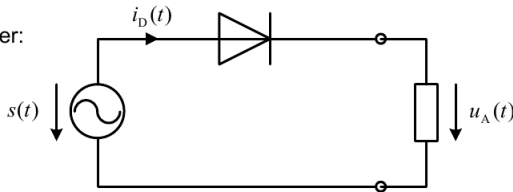
1.  $\omega \rightarrow 0$
2.  $\omega \rightarrow \omega_g$
3.  $\omega \rightarrow \infty$

Die Normierung auf die Grenzfrequenz  $\omega_g$  erfolgt durch Rückwärtseinsetzen von  $\omega_g$  in  $\underline{H}(j\omega)$ . TODO besser formulieren

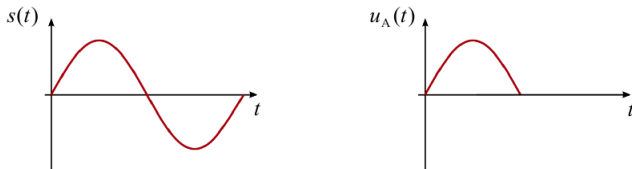
# Vorlesung und 9. Übung

## Diode

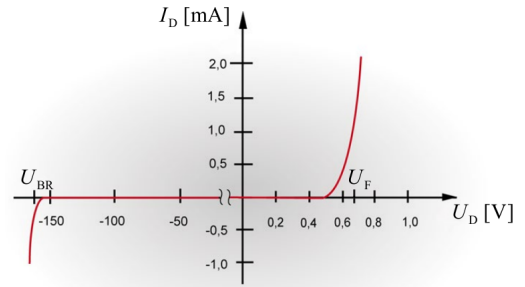
- Einweggleichrichter:



- idealisierter Verlauf der Ausgangsspannung  $u_A(t)$ :



Strom-Spannungskennlinie:

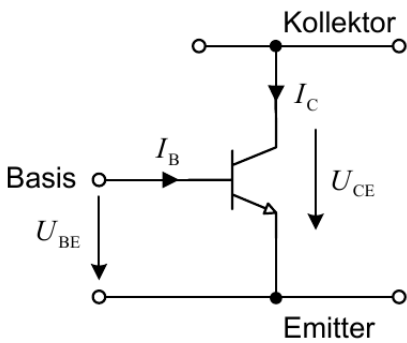


- $U_{BR}$ : Durchbruchspannung
- $U_F$ : Flussspannung

Eine Diode lässt Strom nur in eine Richtung (Durchlassrichtung) durch und blockiert bei Strom in der entgegengesetzten Richtung (Sperrichtung).  
So lässt sich bspw. bei Wechselstrom die negative Spannung herausfiltern (s. Bild).

## Transistor

### Bipolartransistor

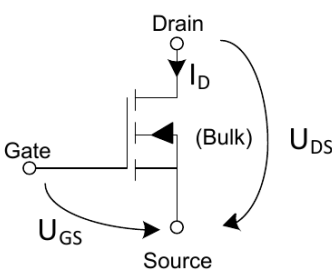


Der Strom fließt vom Kollektor ( $C$ ) zum Emittter ( $E$ ). Gesteuert wird der Transistor über die Basis ( $B$ ).

Es wird unterschieden in den Steuerstromkreis  $U_{BE}$  und den Arbeits- oder Laststromkreis  $U_{CE}$ .

- Stromverstärkung:  $B = \frac{I_C}{I_B}$
- $I_B = I_{B,A} + i_B(t)$
- $I_C = I_{C,A} + i_C(t)$
- $i_{B,C}(t) = \hat{i}_{B,C} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

### Feldeffekttransistor (MOS-FET)

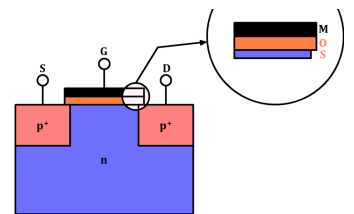


$U_{DS}$  - Drain-Source-Spannung

$U_{GS}$  - Gate-Source-Spannung

$I_D$  - Drainstrom

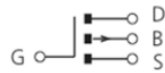
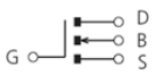
Bei *selbstleitenden* MOSFETs fließt bei  $U_{GS} = 0$  V ein Drainstrom  $I_D$ , bei *selbstsperrenden* nicht.



Die Steuerung erfolgt über die Spannung und ist im idealen Fall leistungslos.

n-Kanal

p-Kanal



selbstsperrend

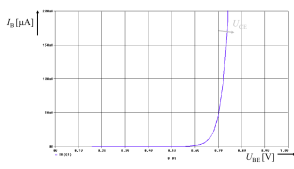
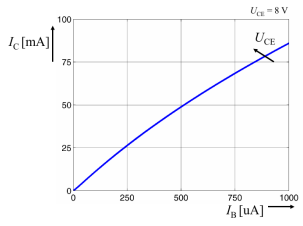
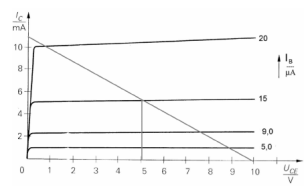
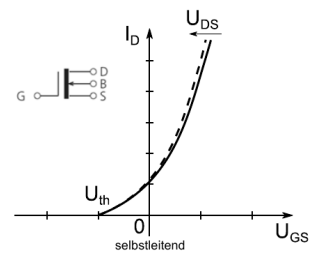
selbstleitend

selbstsperrend

selbstleitend

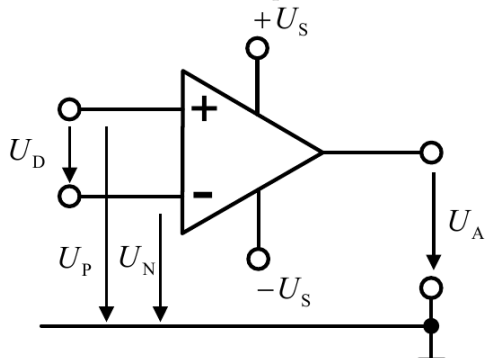
Siehe [GTI-Zusammenfassung](#) (6. Schaltnetze) auf der FSI-Website!

## Kennlinien

| Eingangskennlinie   | Stromverstärkungskennlinie  | Ausgangskennlinie (-nfeld)   | Steuerkennlinie  |
|---|---|--|--|
| <p>Der Strom <math>I_B</math> fließt erst, wenn eine gewisse Schwellenspannung <math>U_{BE}</math> am Basis-Emitter-Übergang erreicht ist.</p> <p><math>\uparrow I_B</math><br/><math>\rightarrow U_{BE}</math></p>  | <p>Stromverstärkung:<br/><math>B = \frac{I_C}{I_B}</math></p> <p><math>\uparrow I_C</math><br/><math>\rightarrow I_B</math></p>  | <p>Zusammenhang zwischen <math>I_C</math> und <math>U_{CE}</math> in Abhängigkeit des Steuerstroms <math>I_B</math>.</p> <p>Widerstands-/Lastgerade: Gerade zwischen den beiden Punkten <math>U_{CE} = 0</math> und <math>I_C = 0</math></p> <p><math>\uparrow I_C</math><br/><math>\rightarrow U_{CE}</math></p>  | <p>Verlauf des Drainstroms <math>I_D</math> in Abhängigkeit von <math>U_{GS}</math>. Aus ihr lässt sich die Schwellenspannung <math>U_{th}</math> ablesen. Für NMOS ist <math>U_{th}</math> positiv, für PMOS negativ</p> <p><math>\uparrow I_D</math><br/><math>\rightarrow U_{GS}</math></p>  |

## Operationsverstärker (OPV)

Ein Operationsverstärker gibt die Differenz der beiden Eingänge verstärkt am Ausgang aus. Mit ihnen sind alle mathematischen Basisoperationen realisierbar.



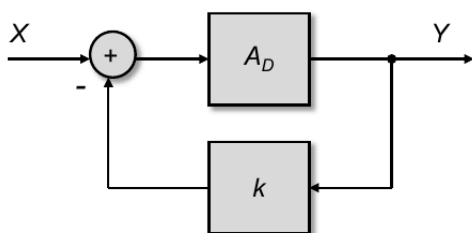
- Differenzspannung:  $U_D = U_P - U_N$
  - Spannung am invertierten Eingang:  $U_N$
  - Spannung am nicht-invertierten-Eingang:  $U_P$
  - Betriebsspannung:  $\pm U_S$
  - Ausgangsspannung:  $U_A = A_D U_D = A_D (U_P - U_N)$
- $A_D$ : Differenzverstärkung
- Spannungsverstärkung:  $V = \frac{U_{out}}{U_{in}}$

## Idealer Operationsverstärker

Es wird implizit immer angenommen, dass es sich um einen idealen OPV ( $A_D \rightarrow \infty$ ,  $R_E \rightarrow \infty$ ) handelt:

- $U_D = 0$
- $I_+ = I_- = 0$

## Gegen-/ Rückkopplung



- Vorwärtsverstärkung:  $A_D$
  - Rückkopplungsfaktor:  $k$
  - Schleifenverstärkung:  $kA_D$
  - Geschlossene Schleifenverstärkung:  $A = \frac{Y}{X} = \frac{A_D}{1 + kA_D}$
- $\left( \lim_{A_D \rightarrow \infty} A = \frac{1}{k} \right)$

# Vorlesung und 10. Übung

## CMOS

Siehe [GTI-Zusammenfassung](#) (6. Schaltnetze) auf der FSI-Website!

- Verlustleistung pro  $f$  Zyklen und  $n$  Transistoren:  $P_{V,dyn} = n \cdot f \cdot (E_{C_{L,E}} + E_{C_{L,A}}) = n \cdot f \cdot C_L \cdot U_B^2$

## Analog-Digital-Umsetzer (ADU) und Digital-Analog-Umsetzer (DAU)

Siehe [GTI-Zusammenfassung](#) (2. Codierung und 4. Schaltfunktionen und Schaltalgebra) auf der FSI-Website!

- Setzen Analoge Signale zeit- und wertdiskret in digitale Signale um
- Dabei kann es zu Überlappungen kommen, z. B. wenn sich analoge Werte so schnell ändern, dass sie in einem Intervall den gleichen Wert haben, weil die Änderung zu schnell erfolgt ist (Aliasing)

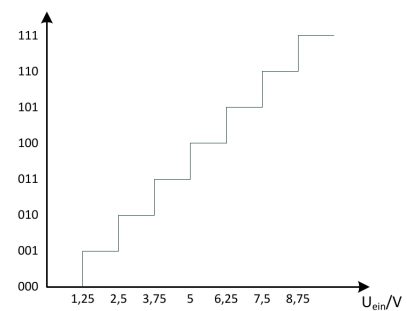
Auf folgender [Internetseite](#) dreht sich ein Wagenrad unterschiedlich schnell. Ab einer Umdrehung von 150 Umdrehungen pro Minute dreht sich das Rad so schnell, dass unser Auge mit seinen ca. 20 Bildern pro Sekunde das Rad immer in der gleichen Position sieht. Dadurch wirkt es so als würde es still stehen.

## Kenngrößen

### Quantisierung

Signale in Abhängigkeit der Zeit lassen sich nur an der Amplitude diskretisieren (quantisieren). Der dabei entstehende Quantisierungsfehler/-rauschen (Signal-to-Noise-Ratio) lautet:

- $d_Q = U_Q - U_{EIN}$
- $SNR = 1,76 + 6,02 \cdot n \quad [dB]$



### Auflösung (Resolution)

ADU: Änderung der Eingangsspannung, die zu einem Wechsel im niederwertigsten Bit (1LSB) des Ausgangs-codes führt

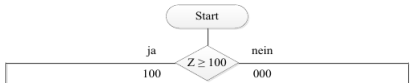
DAU: kleinste reproduzierbare Ausgangsspannungsänderung

- $A = \frac{U_{High} - U_{Low}}{2^n}$
- $U_{min} = U_{Low}$
- $U_{max} = U_{High} - A$

### Effektive Bandbreite ( $B_{eff}$ )

Signalfrequenz  $f_s$ , bei der das SNR  $3dB$  unter dem Maximum liegt. Die Genauigkeit liegt dann ein halbes Bit unter der Auflösung ( $n$ ) des ADU.

## Umsetzungsprinzipien

|  | ADU  | DAU  |
|--|--|--|
|  | <p>Überführung einer analogen Eingangsspannung <math>u_e</math> in eine Digitalzahl <math>Z</math>.</p> $Z = \frac{u_e}{U_{LSB}}$  | <p>Überführung einer Digitalzahl <math>Z</math> in eine passende Ausgangsspannung <math>u_a</math> (<math>U_{LSB}</math>: Spannung für das niederwertigste Bit (Least-Significant-Bit)).</p> $u_a = U_{LSB} \cdot Z$ |
| <p><b>Parallelverfahren</b></p> <p>Benötigte Schritte/Schalter</p> | <p>Die Eingangsspannung wird mit OPVs mit allen möglichen (<math>2^n</math>) Referenzspannungen verglichen.</p> $Z_{max} = 2^n - 1 \quad Z = Z_{max} \left( \frac{U_e}{U_{ref}} \right)$ <p>1</p>  | <p>Mittels Spannungsteilern und <math>n</math> Schaltern (1-aus-<math>n</math>-Decoder) wird die entsprechende Ausgangsspannung für die entsprechende Zahl generiert.</p> <p><math>Z_{max}</math></p>                |
| <p><b>Wägeverfahren</b></p> <p>Benötigte Schritte/Schalter</p>     | <p>Die Eingangsspannung wird jeweils mit den Referenzspannungen der Bits verglichen. Dabei wird baumartig das Intervall zwischen den beiden verglichenen Bitspannungen immer kleiner.</p>  <pre> graph TD     Start([Start]) --&gt; Decision{Z &gt;= 100}     Decision -- ja --&gt; 100[100]     Decision -- nein --&gt; 000[000]     </pre> <p><math>n</math></p> | <p>Jedem Bit wird ein Schalter mit entsprechendem Widerstand zugeordnet.</p> <p><math>\log_2(Z_{max}) + 1</math></p>   |
| <p><b>Zählverfahren</b></p> <p>Benötigte Schritte/Schalter</p>     | <p>Es werden solange die Referenzspannungen der niedrigsten Stufe addiert bis die Eingangsspannung erreicht ist.</p> <p><math>\leq Z_{max}</math></p>  | <p>Über das Tastverhältnis eines Schalters (Pulsbreitenmodulator) wird der Mittelwert der passenden Ausgangsspannung eingestellt.</p> <p>1</p>   |

## Unterstützung



Wenn dir diese Zusammenfassung geholfen hat und du mir dabei helfen möchtest, noch mehr Zeit und Energie in weitere Skripte zu investieren, würde ich mich sehr über deine [Unterstützung](#) freuen.



Diese Skripte kosten immer viel Zeit und Energie neben der normalen Prüfungsvorbereitung und damit würdest du mir zeigen, dass sich die Mühe lohnt. Diese kleinen Beträge fallen finanziell nicht ins Gewicht, halten aber vor allem meine Motivation hoch, auch in Zukunft weiterzumachen.