GdS Übungsskript

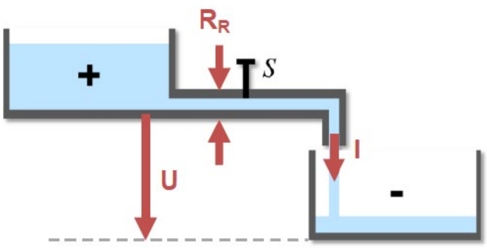
SoSe 2022

Wenn dir diese Zusammenfassung geholfen hat und du mir dabei helfen möchtest, noch mehr Zeit und Energie in weitere Skripte zu investieren, würde ich mich sehr über deine Unterstützung freuen.

Inhaltsverzeichnis

0. Übung

Wasseranalogie



U ist die Spannung (der Höhenunterschied)
I der Strom/Stromstärke (die eigentliche Durchflussmenge)
R_R ein Widerstand
S ein Ein/Aus-Schalter
Da die $+$ und $-$ Pole der technischen Stromrichtung entsprechen, „fließen“ hier die Elektronen (das Wasser) vom $+$ zum $-$ Pol.

Übersicht

- Coloumbsches Gesetz: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{e_r}$
- Elektrische Energie: $W = Q \cdot U$
- Potenzielle Energie: $E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$
- Ohm'sches Gesetz: $U = R \cdot I$
- Elektrische Leistung: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$

Einheitenumrechnung

G	10^9	Giga
M	10^6	Mega
k	10^3	Kilo
1	10^0	/
m	10^{-3}	Milli
μ	10^{-6}	Micro
n	10^{-9}	Nano

Kurzschluss und Leerlauf

Kurzschluss	Leerlauf
$R = 0 \ \Rightarrow\ U = 0$	$R \to \infty \ \Rightarrow\ I = 0$

Ideale Spannungsquelle	Ideale Stromquelle
$R = 0\ ,\ I \to \infty\ ,\ U = \text{konstant}$	$R \to \infty\ ,\ U \to \infty\ ,\ I = \text{konstant}$
$U \,\|\|\, U = U\ ,\ U\ i.R.\ U = 2U$	$I \,\|\|\, I = 2I\ ,\ I\ i.R.\ I = I$

(Ein Leerlauf kann trotzdem noch eine Spannung haben)

1. Übung

Übersicht

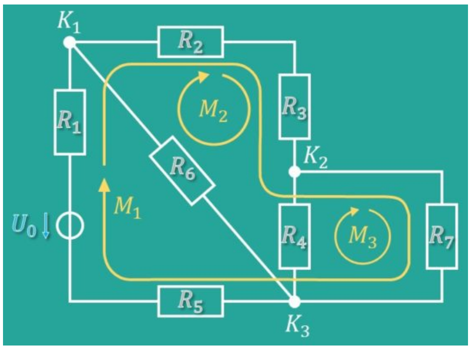
- Oberfläche: $A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$
- Strömungsgeschwindigkeit: $v = \frac{I}{e \cdot n \cdot A}$
- Spezifischer Widerstand: $R = \frac{\varrho_{Atom} \cdot l}{A}$
- Reihenschaltung: $R_{ges} = \sum_{k=1}^{n} R_k$
- Parallelschaltung: $\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} \quad \Leftrightarrow \quad R_{ges} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$

  Bei zwei Widerständen: $R_1 || R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ Falls beide gleich groß sind: $R \,||\, R = \frac{1}{2} R$

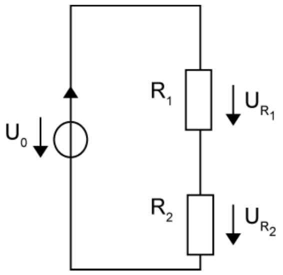
2. Übung

Kirchhoff'sche Regeln

- Die Summe aller Ströme an einem Knoten muss 0 sein, da der Knoten ansonsten ein „Ladungsspeicher/-erzeuger“ wäre, was physikalisch nicht möglich ist.
- Da Summe aller Spannungen in einer Masche muss 0 sein, da gemäß dem Energieerhaltungsssatz (in einem geschlossenen System) die Energie am Ende der Energie am Anfang entsprechen muss.
  Eine Parallelschaltung gilt als ein Stromkabel für eine Masche, da die parallelen Schaltungen voneinander abhängig sind.

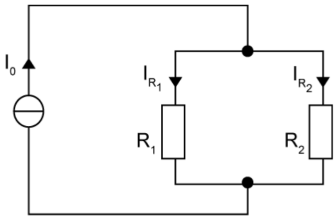


Spannungsteiler (Reihenschaltung)



- $U_0 = I_0 \cdot R_{ges} \rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R_{ges}}$
- $U_n = U_0 \cdot \frac{R_n}{R_{ges}}$

Stromteiler (Parallelschaltung)



In diesem Fall (nur bei 2 Widerständen!):

- $R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- $I_1 = I_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$
- $I_2 = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Allgemein:

- $I_n = I_0 \cdot \frac{R_{ges}}{R_n}$

Übersicht

- Maschenregel: $\sum_{k}^{n} U_k = 0$
- Knotenregel: $\sum_{k}^{n} I_k = 0$
- Spannungsteiler: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ $\qquad U_n = U_0 \cdot \frac{R_n}{R_{ges}}$
- Stromteiler: $\frac{I_1}{I_0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ $\qquad I_n = I_0 \cdot \frac{R_{ges}}{R_n}$

3. Übung

Übersicht

- Überlagerungssatz:
  1. Jede Quelle einzeln betrachten
     - Alle anderen Stromquellen sind im Leerlauf ($R \to \infty, I = 0$)
     - Alle anderen Spannungsquellen haben einen Kurzschluss ($R = 0, U = 0$)
  2. Überlagern (Addition) der Teilergebnisse
- Intuitives Lösen von Widerstandsnetzwerken
  - Kirchhoff'sche Regeln (Maschen- und Knotenregel)
  - Parallel- und Reihenschaltungsregeln
  - Spannungs- und Stromteiler

Vorlesung

Lineare Differentialgleichung (DGL)

Eine lineare DGL 1. Ordnung (mit konstanten Koeffizienten) ist von der Form:

$$y'(t) + \alpha \cdot y(t) = f(t)$$

Die DGL heißt homogen, wenn $f(t) = 0$, andernfalls inhomogen. Die entsprechende homogene DGL lautet also:

$$y'(t) + \alpha \cdot y(t) = 0$$

Differentialgleichungen zur Beschreibung von Schaltvorgängen

Vorgehensweise:

1. Aufstellen der Netzwerkgleichungen (in Abhängigkeit von t), z. B. Konten- oder Maschenregel
2. Einsetzen der Bauelementegleichungen (s. unten, z. B. Spule, Kondensator, etc.)
3. Differentialgleichung aufstellen
4. Lösen der Differentialgleichung über t

3 Phasen:

1. Ausgangszustand - Zustand vor dem Schaltvorgang
2. Ausgleichsvorgang - Eigentlicher Schaltvorgang
3. Endzustand - Zustand nach dem Schaltvorgang

Homogene Lösung ($t \geq t_0$): Übergang vom Ausgangs- in den Endzustand
Partikuläre Lösung ($t \to \infty$): Zustand nach dem Schaltvorgang
DGL = Homogene Lösung + Partikuläre Lösung

Bauelemente

Widerstand - R

Kondensator (Kapazität) - C

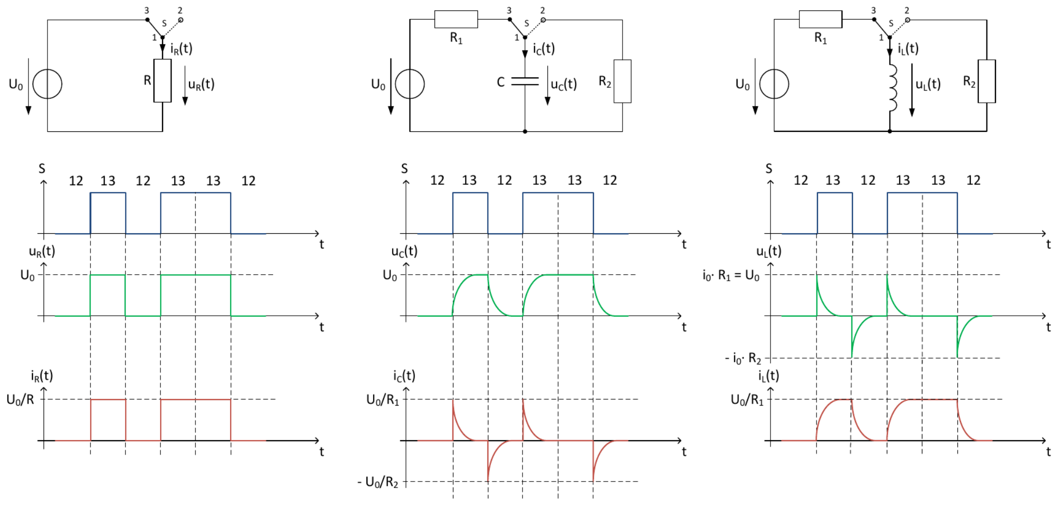
- Energiespeicher (von elektrischen Ladungen)
- Kapazität: $C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$
- Gespeicherte Energie: $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} U Q$
- Reihenschaltung: $\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$
- Parallelschaltung: $C_{ges} = \sum_{k=1}^{n} C_k$
- Induzierter Strom: $i_c(t) = C \cdot u_c'(t)$ [Einheit: $1F$ (Farad) $= 1 \frac{C}{V}$]
  $\Rightarrow$ Bei Gleichspannung ist ein Kondensator (eine Kapazität) ein unendlich großer Widerstand (= Leerlauf).

Spule (Induktivität) - L

- Energiespeicher in Form eines Magnetfelds
- Gespeicherte Energie: $W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$
- Reihenschaltung: $L_{ges} = \sum_{k=1}^{n} L_k$
- Parallelschaltung: $\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}$
- Induzierte Spannung: $u_L(t) = L \cdot i_L'(t)$ [Einheit: $1H$ (Henry) $= 1 \frac{Vs}{A} = 1 \Omega s$]
  $\Rightarrow$ Bei Gleichstrom ist eine Spule (eine Induktivität) ein Kurzschluss.

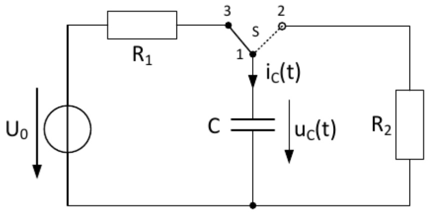
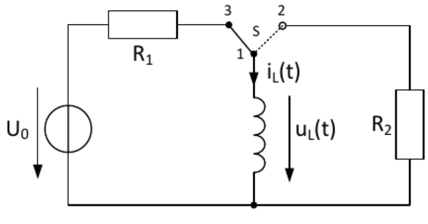
4. und 5. Übung

Schaltnetzwerke



Achtung: R_1, R_2 notwendig, sonst I bzw. U gegen unendlich

[Beim Umschalten von Kondensator ($i_c(t)$) und Spule ($u_L(t)$), verläuft der Graph oberhalb der Tangente vom Startpunkt zum Punkt ($\tau/0$)]

S wird bei t_0 geschlossen	**Kondensator (RC-Netzwerk)**	**Spule (RL-Netzwerk)**
Schaltkreis		
$t = t_0$	Kurzschluss	Leerlauf
$t \to \infty$	Leerlauf	Kurzschluss
τ	$\tau = R \cdot C$	$\tau = \frac{L}{R}$
$t \to \infty$; Schalterstellung $1,3$	Aufladevorgang	Magnetisierung
$\tau_{(1,3)}$	$\tau = R_1 \cdot C$	$\tau = \frac{L}{R_1}$
$u(t)$	$u_c(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$	$u_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i(t)$	$i_c(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$	$i_L(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$
$t \leftarrow \infty$; Schalterstellung $1,2$	Entladevorgang	Entmagnetisierung
$\tau_{(1,2)}$	$\tau = R_2 \cdot C$	$\tau = \frac{L}{R_2}$
$u(t)$	$u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$	$u_L(t) = -(R_2 \cdot i_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i(t)$	$i_c(t) = -\frac{U_0}{R_2} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$	$i_L(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

Java-Programm zum Generieren zufälliger RCL-Schaltnetze samt Lösungen

6. Übung

Im Schaltkreis je nach Zeitpunkt die Kondensatoren und Spulen strikt als Leerlauf oder Kurzschluss betrachten, wenn nicht explizit nach $i_{C,L}$ oder $u_{C,L}$ gefragt ist.

Übersicht - Komplexe Zahlen

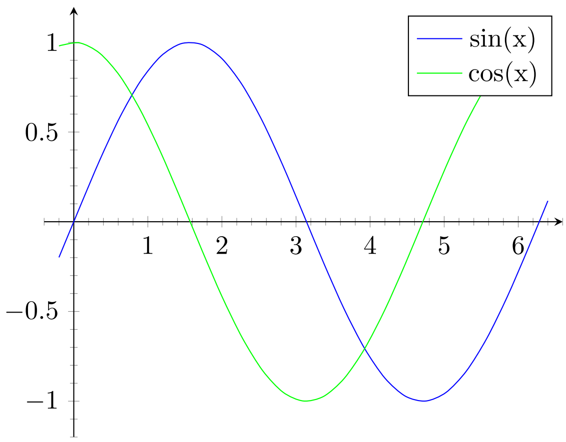
- Siehe MatheC1-Skript
- $z = Re + j\,Im$
- $|z| = \sqrt{Re^2 + Im^2} \qquad \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$
- $\varphi = \arg(z) = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right)$

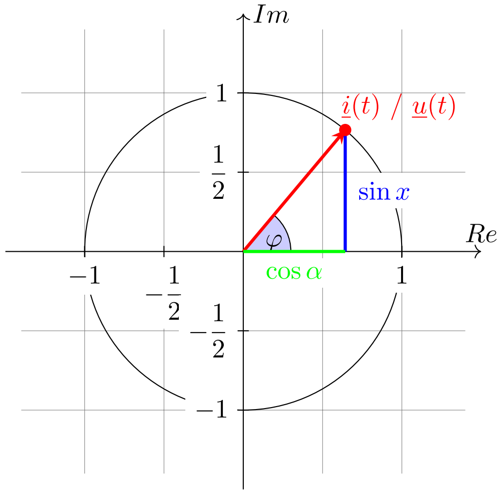
$$\arctan(\pm\infty) = \pm\frac{\pi}{2} \qquad \arctan\left(\frac{\pm a}{-b}\right) = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) \pm \pi \qquad \arctan(-a) = -\arctan(a)$$

- Polarkoordinatendarstellung: $z = |z| \cdot (\cos(\arg(z)) + j\,\sin(\arg(z)))$
- Euler'sche Darstellung: $z = |z| \cdot e^{j\,\arg(z)}$

Vorlesung und 7. Übung

Stromstärke und Spannung als imaginäre Zahlen





Der sinusförmige Verlauf einer Wechselspannung lässt sich als imaginäre Zahl auffassen. Dadurch wird es nun möglich die gleichen Formeln für Gleich- und Wechselspannung zu verwenden. Wechselspannung ist dabei einfach ein rotierender Zeiger gegen den Uhrzeigersinn.
Der entsprechende Winkel lässt sich wie folgt berechnen:

- $\varphi = \omega \cdot t$
- Frequenz: $f = \frac{1}{T}$ [Hz], T = Periodendauer
- Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$

Sinus und Cosinus lassen sich damit als imaginäre Zahlen darstellen. Da der Buchstabe i schon für die Stromstärke benutzt wird, wird stattdessen j benutzt.

- $j = i = \sqrt{-1} \qquad j^2 = i^2 = -1 \qquad$ (j ist dasgleiche wie i!)
- $\cos(\omega t) = \frac{1}{2}\left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\right)$
- $\sin(\omega t) = \frac{1}{2j}\left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right)$

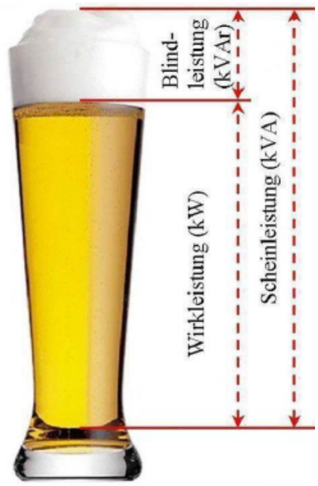
Damit lassen sich nun auch Stromstärke, Spannung und Widerstand als imaginäre Zahlen darstellen.

- $u(t) = \hat{u}\sin(\omega t)$
- $\underline{u}(t) = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \underline{\hat{u}} \cdot e^{j\omega t}$
- $\underline{i}(t) = \hat{i} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} = \underline{\hat{i}} \cdot e^{j\omega t}$

Das $\hat{}$ steht jeweils für die Amplitude (den maximalen Wert, bspw. $\hat{\sin(x)} = \hat{\cos(x)} = 1$).
$\underline{i}(t)$ und $\underline{u}(t)$ werden jeweils unterstrichen, um zu kennzeichnen, dass es sich um die „imaginären“ Funktionen handelt.

Zeitabhängige Spannung	**Komplexe Amplitude**
$\hat{u}\cos(\omega t)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u}$
$\hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u}$
$\hat{u}\sin\omega t = \hat{u}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$
$\hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u} \cdot e^{j\left(\varphi_u - \frac{\pi}{2}\right)}$

Impedanz und Admittanz



- Impedanz (komplexer Widerstand): $\underline{Z} = \frac{\underline{\hat{u}}}{\underline{\hat{i}}}$ $[\Omega]$
  - $\underline{Z} = R + jX$
  - $Re(\underline{Z}) = R$: Der Realteil der Impedanz ist der „bekannte“ Widerstand (Wirkwiderstand / Resistanz)
  - $Im(\underline{Z}) = X$: Blindwiderstand (Reaktanz)
  - $|\underline{Z}|$: Schweinwiderstand
- Admittanz: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$ $[S]$
  - $Re(\underline{Y}) = G$: Wirkleitwert (Konduktanz)
  - $Im(\underline{Y}) = B$: Blindleitwert (Suszeptanz)
  - $|\underline{Y}|$: Schweinleitwert

Impedanz und Admittanz haben i. d. R. keine physikalische Entsprechung.

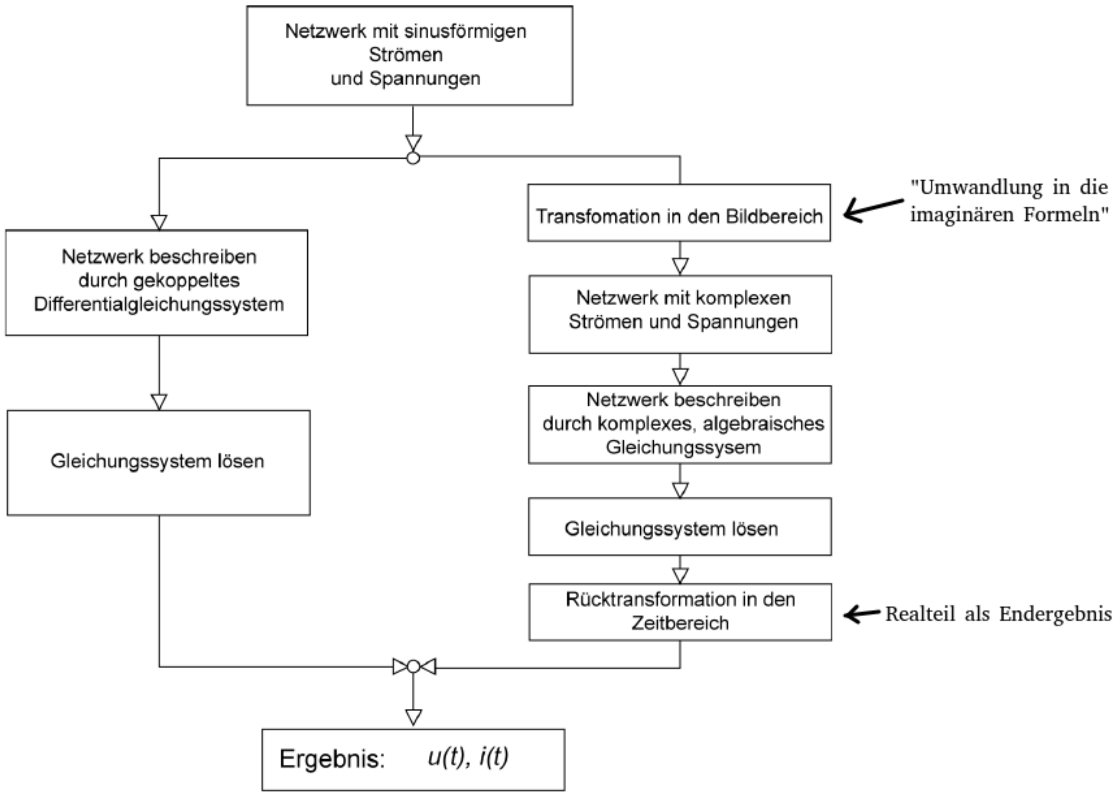
Auch für die „imaginären Funktionen“ gelten die bekannten „realen“ Regeln:

- Reihenschaltung: $\underline{Z}_{Ges} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k$
- Parallelschaltung: $\frac{1}{\underline{Z}_{Ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_k}$
- Maschenregel: $\sum_{k=1}^{n} \underline{\hat{u}} = 0$
- Knotenregel $\sum_{k=1}^{n} \underline{\hat{i}} = 0$

Bauelemente

	Widerstand - R	**Kondensator - C**	**Spule - L**
Spannung	$u_R(t) = R \cdot i(t)$	$u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t)\,\mathrm{d}t$	$u_L(t) = L \cdot i'(t)$
Spannungsamplitude	$\underline{\hat{u}} = R \cdot \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{u}} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{u}} = j\omega L \cdot \underline{\hat{i}}$
Stromstärke	$\underline{i}(t) = \frac{\underline{\hat{u}}}{R} \cdot e^{j\omega t}$	$\underline{i}(t) = C \cdot \underline{u}'(t) = j\omega C \underline{\hat{u}} \cdot e^{j\omega t}$	$\underline{i}(t) = \frac{1}{j\omega L} \underline{\hat{u}} \cdot e^{j\omega t}$
Stromamplitude	$\underline{\hat{i}} = \frac{1}{R} \cdot \underline{\hat{u}}$	$\underline{\hat{i}} = j\omega C \cdot \underline{\hat{u}}$	$\underline{\hat{i}} = \frac{1}{j\omega L} \cdot \underline{\hat{u}}$
Impedanz	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$	$\underline{Z}_L = j\omega L$
	$\underline{Z}_R(\omega \to 0) = R$	$\underline{Z}_C(\omega \to 0) = \infty$ Leerlauf	$\underline{Z}_L(\omega \to 0) = 0$ Kurzschluss
	$\underline{Z}_R(\omega \to \infty) = R$	$\underline{Z}_C(\omega \to \infty) = 0$ Kurzschluss	$\underline{Z}_L(\omega \to \infty) = \infty$ Leerlauf

Die zwei Wege zur Berechnung eines Wechselstromkreises



Die „Anregung“ muss mit einer „harmonischen“ Funktion (sin, cos) erfolgen.
Ein- bzw. Ausschwingvorgänge, z.B. nach Betätigung eines Schalters, können mit der komplexen Wechselstromrechnung nicht untersucht werden („Lösung für $t \to \infty$“)

Vorlesung und 8. Übung

Übertragungsfunktion und Frequenzgang

- Übertragungsfunktion: $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\hat{\underline{u}}_1}{\hat{\underline{u}}_0}$

  Die Übertragungsfunktion soll auf einen <u>realen Zähler</u> vereinfacht werden:
  $$\underline{H}(j\omega) = \frac{\hat{\underline{u}}_1}{\hat{\underline{u}}_0} = \cdots = \frac{Z}{N \text{ (Nennerpolynom)}}$$

- Amplitudengang: $A(\omega) = |\underline{H}(j\omega)| = \dfrac{|Z|}{\sqrt{Re(N)^2 + Im(2)^2}}$

- Phasengang/-verschiebung: $\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg(Z) - \arg(N) = -\arg\left(\dfrac{Im(N)}{Re(N)}\right)$

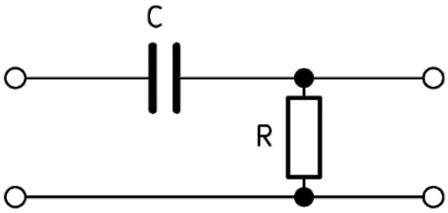
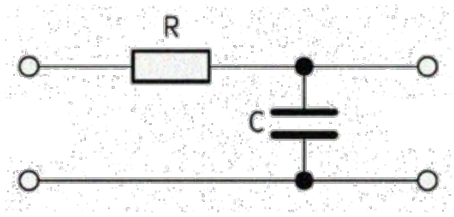
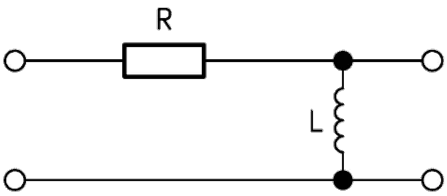
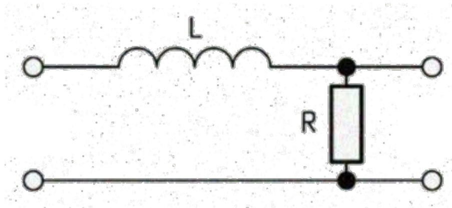
- Normierungsfrequenz ω_0/ω_g: Alle bauteilspezifischen Faktoren von denen ω abhängt

- Grenzfrequenz: $A(\omega_g)\ /\ A(\omega_0)$

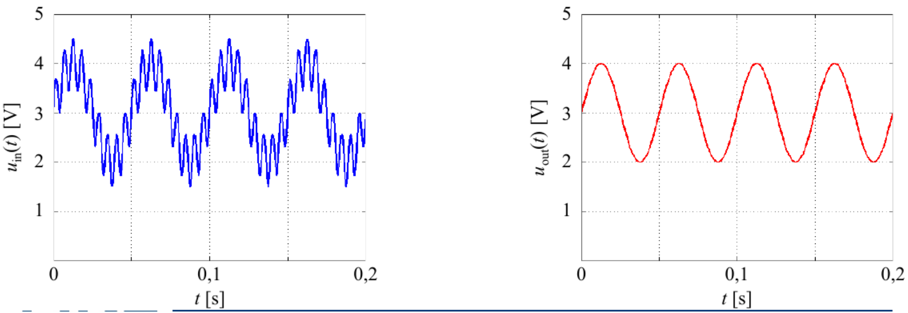
- Pegel: $L = 10 \cdot \log\left(\dfrac{P_1}{P_0}\right) = 20 \cdot \log\left(\dfrac{U_1}{U_0}\right) = 20 \cdot \log\left(A(\omega)\right) \quad [dB]$

Hoch- und Tiefpass

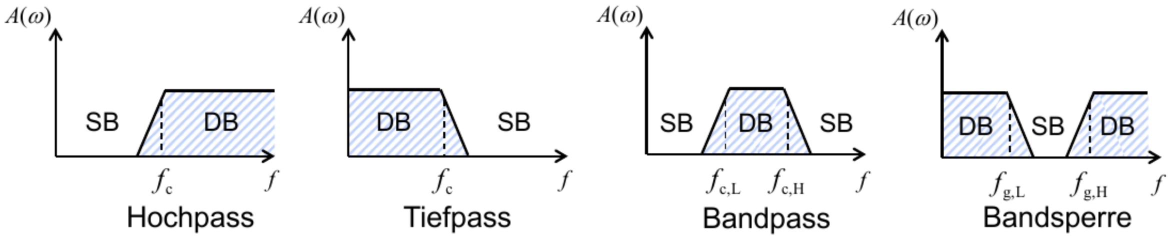
Je nach Frequenz geht die Impedanz (der „imaginäre Widerstand“) des Kondensators/Spule gegen 0 oder ∞, wodurch die entsprechende Frequenz durchgelassen oder blockiert wird.
Die folgende Tabelle ist eigentlich unnötig, da sich alle Formeln mit einem entsprechend gegebenen Schaltnetz auch selber berechnen lassen

	Hochpass (Lässt nur hohe Frequenzen durch)	**Tiefpass** (Lässt nur niedrige Frequenzen durch)
Kondensator	RC-Hochpass  $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}}$ $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC) + \frac{\pi}{2}$ $\omega_g = \frac{1}{RC} \qquad \varphi(\omega_g) = 45°$	RC-Tiefpass  $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$ $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC)$ $\omega_g = \frac{1}{RC} \qquad \varphi(\omega_g) = -45°$
Spule	RL-Hochpass  $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\omega L}{j\omega L + R}$ $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega_g L}\right)^2}}$ $\omega_g = \frac{R}{L} \qquad \varphi(\omega_g) = 45°$	RL-Tiefpass 

Beispielhafte Anwendung eines Tiefpass-Filters:



Allgemein Filter



DB = Durchlassbereich, SB = Sperrbereich

Ein Filter verändert die Amplitude und Phase eines Eingangssignals in Abhängigkeit der Frequenz. Beispielsweise lassen sich mit Filtern ungewünschte Frequenzanteile unterdrücken.
Die Grenzfrequenz ω_g ($3dB$-Unterschied zum Maximum des Amplitudengangs ($A(\omega)$)) ist die Grenze zwischen Durchlass- und Sperrbereich.

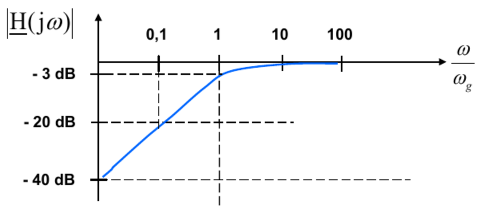
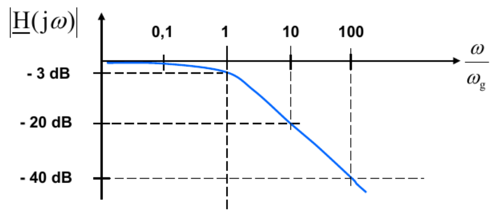
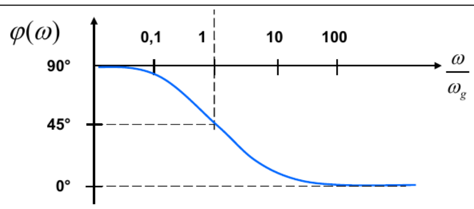
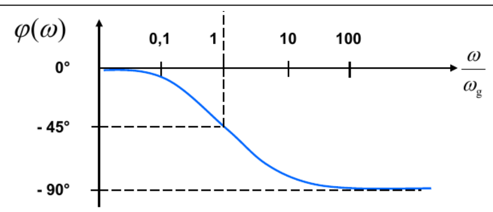
Ordnung eines Filters

Die Potenz ω^x der Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega)$ gibt x-te die Ordnung des Filters an.
Z. B. ist ein Filter dessen Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega)$ als höchste Potenz ω^2 beinhaltet ein Filter 2. Ordnung.

Ordnung	**Grenzfrequenz $A(\omega_g)$**	**Maximale Steigung (pro Dekade)**	**Phasengang**
1. Ordnung	$-3dB$	$20dB$	$90°$
2. Ordnung	$-6dB$	$40dB$	$180°$
3. Ordnung	$-9dB$	$60dB$	$270°$

Bode-Diagramm

Darstellung des Amplitudengangs ($A(\omega)$) und des Phasenverlaufs ($\varphi(\omega)$) über eine logarithmische Frequenzskala (ω), evtl. normiert auf eine Grenzfrequenz (ω_g).

	Hochpass	**Tiefpass**
Amplitudengang		
Phasengang		

Beim Zeichnen müssen drei Grenzfälle beachtet werden:

1. $\omega \to 0$
2. $\omega = \omega_g$
3. $\omega \to \infty$

Achsenbeschriftung

x-Achse: $\frac{\omega}{\omega_g}$ in logarithmischer Skala

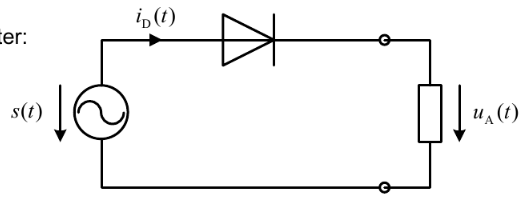
Amplitudengang:
y-Achse: $A(\omega)$ in dB, $0dB$ stehen ganz oben und dann jeweils in 5er oder 10er Schritten abwärts, dabei auf das Minus ($-$, neg. Vorzeichen) achten

Phasengang:
y-Achse: $\varphi(\omega)$ in $°$, in $15°$ oder $30°$ Schritten von $0°$ nach oben oder von $90°/180°$ nach unten gehen

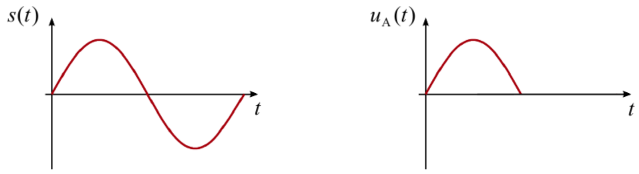
Vorlesung und 9. Übung

Diode

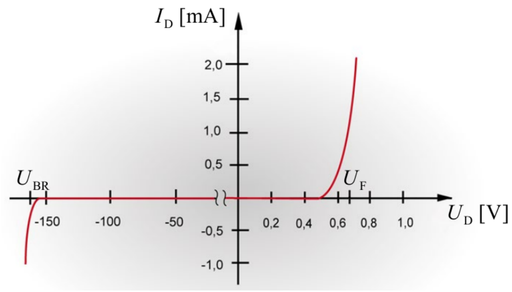
- Einweggleichrichter:



- idealisierter Verlauf der Ausgangsspannung $u_A(t)$:



Strom-Spannungskennlinie:

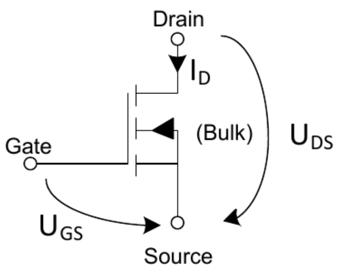


- U_{BR}: Durchbruchspannung
- U_F: Flussspannung

Eine Diode lässt Strom nur in eine Richtung (Durchlassrichtung) durch und blockiert bei Strom in der entgegengesetzten Richtung (Sperrichtung).
So lässt sich bspw. bei Wechselstrom die negative Spannung herausfiltern (s. Bild).

Transistor

Feldeffekttransistor (MOS-FET)

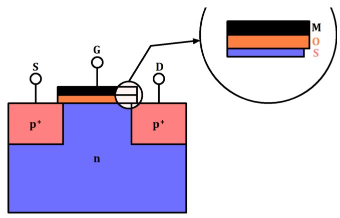


U_{DS} - Drain-Source-Spannung

U_{GS} - Gate-Source-Spannung

I_D - Drainstrom

Bei *selbstleitenden* MOSFETs fließt bei $U_{GS} = 0$ V ein Drainstrom I_D, bei *selbstsperrenden* nicht.



Die Steuerung erfolgt über die Spannung und ist im idealen Fall leistungslos.

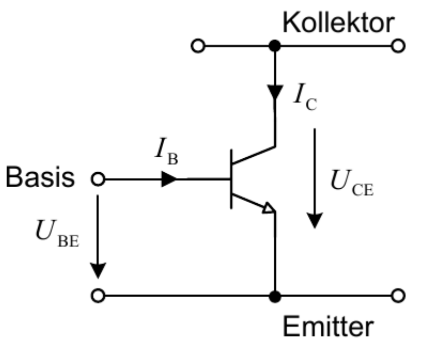
CMOS

Siehe GTI-Zusammenfassung (6. Schaltnetze) auf der FSI-Website!

PMOS (oben)	**NMOS** (unten)
Leitet bei 0 (Öffner) Funktion umformen → Nur negierte Literale $\text{PMOS}(\overline{A+B}) = \overline{A} \cdot \overline{B}$	Leitet bei 1 (Schließer) Gesamte Funktion negieren → Umformen → Nur <u>nicht</u>-negierte Literale $\text{NMOS}(\overline{A+B}) = \overline{\overline{A+B}} = A+B$
p-Kanal  selbstsperrend selbstleitend	n-Kanal  selbstsperrend selbstleitend

- Verlustleistung pro f Zyklen und n Transistoren: $P_{V,dyn} = n \cdot f \cdot (E_{C_L,E} + E_{C_L,A}) = n \cdot f \cdot C_L \cdot U_B^2$
- Bulk immer mit U_B oder GND verbinden
- Drain und Source mit jeweils dem oberen bzw. unteren Transistor verbinden

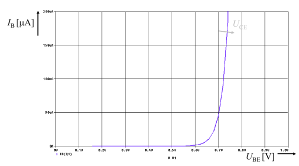
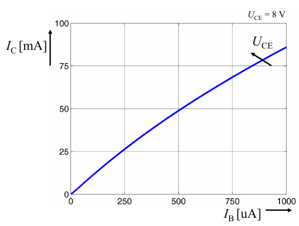
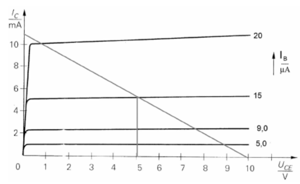
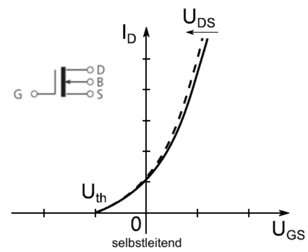
Bipolartransistor



Der Strom fließt vom Kollektor (C) zum Emitter (E). Gesteuert wird der Transistor über die Basis (B).
Es wird unterschieden in den Steuerstromkreis U_{BE} und den Arbeits- oder Laststromkreis U_{CE}.

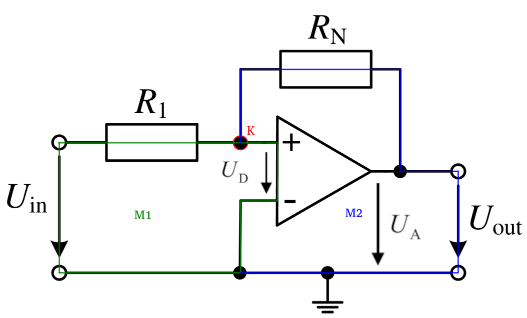
- Stromverstärkung: $B = \frac{I_C}{I_B}$
- $I_B = I_{B,A} + i_B(t)$
- $I_C = I_{C,A} + i_C(t)$
- $i_{B,C}(t) = \hat{i}_{B,C} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Kennlinien

Bipolartransistor			Feldeffekttransistor
Eingangskennlinie	**Stromverstärkungs-kennlinie**	**Ausgangskennlinie (-nfeld)**	**Steuerkennlinie**
Der Strom I_B fließt erst, wenn die Schwellenspannung U_{BE} am erreicht ist. $\uparrow I_B$ $\rightarrow U_{BE}$ 	Stromverstärkung: $B = \frac{I_C}{I_B}$ $\uparrow I_C$ $\rightarrow I_B$ 	Widerstands-/Lastgerade: Gerade zwischen den beiden Punkten $U_{CE} = 0$ und $I_C = 0$ $\uparrow I_C$ mit versch. I_B $\rightarrow U_{CE}$ 	Schwellenspannung U_{th} ist Nullstelle. Für NMOS ist U_{th} positiv, für PMOS negativ $\uparrow I_D$ $\rightarrow U_{GS}$ 

Operationsverstärker (OPV)

Ein Operationsverstärker gibt die Differenz der beiden Eingänge verstärkt am Ausgang aus. Mit ihnen sind alle mathematischen Basisoperationen realisierbar.



- Differenzspannung: $U_D = U_+ - U_-$
- Ausgangsspannung: $U_A = A_D U_D = A_D(U_+ - U_-)$

  A_D: Differenzverstärkung
- Spannungsverstärkung: $V = \frac{U_{out}}{U_{in}}$

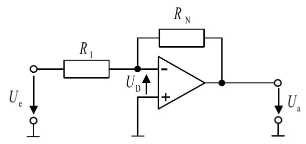
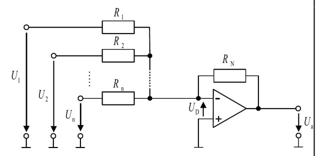
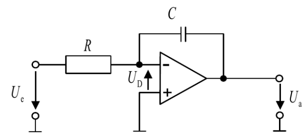
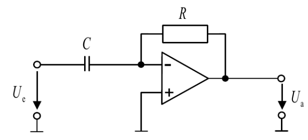
  In diesem Fall: $V = \frac{R_N}{R_1}$

Idealer Operationsverstärker

Es wird implizit immer angenommen, dass es sich um einen idealen OPV mit folgenden Eigenschaften handelt:

- $R_{in} \rightarrow \infty$
- $U_D = 0\,V$
- $A_D \rightarrow \infty$
- $V \rightarrow \infty$
- $I_+ = I_- = 0\,A$

Arten von Operationsverstärkern

Invertierender OPV	**Summationsverstärker**	**Integrierer**	**Differenzierer**
$+$ und $-$ vertauschen	Basieren auf dem invertierenden OPV		
	Statt R_1 n viele parallel geschaltene Widerstände	Statt R_N ein Kondensator	Statt R_1 ein Kondensator
			

Analog-Digital-Umsetzer (ADU) und Digital-Analog-Umsetzer (DAU)

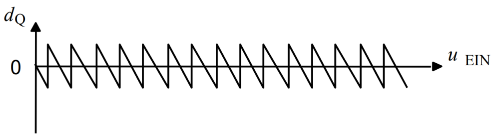
- Setzen Analoge Signale zeit- und wertdiskret in digitale Signale um
- Dabei kann es zu Überlappungen kommen, z. B. wenn sich analoge Werte so schnell ändern, dass sie in einem Intervall den gleichen Wert haben, weil die Änderung zu schnell erfolgt ist (Aliasing)

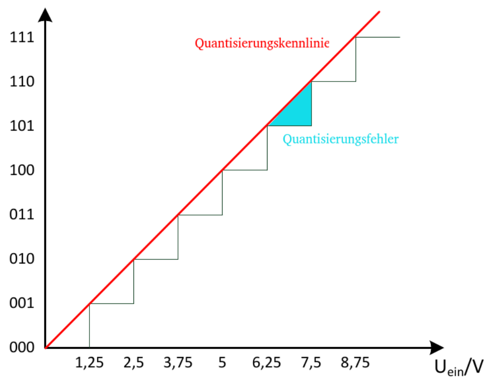
  Auf folgender Internetseite dreht sich ein Wagenrad unterschiedlich schnell. Ab einer Umdrehung von 150 Umdrehungen pro Minute dreht sich das Rad so schnell, dass unser Auge mit seinen ca. 20 Bildern pro Sekunde das Rad immer in der gleichen Position sieht. Dadurch wirkt es so als würde es still stehen.

Kenngrößen

Quantisierung
Signale in Abhängigkeit der Zeit lassen sich nur an der Amplitude diskretisieren (quantisieren).

- Wertebereich: $[0\ ;\ 2^n - 1]$
- Quantisierungsfehler: $d_Q = U_Q - U_{EIN}$
- Quantisierungsrauschen (Signal-to-Noise-Ratio):
  $SNR = 1,76 + 6,02 \cdot n \quad [dB]$





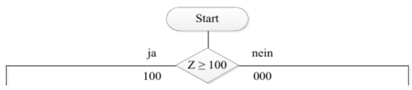
Auflösung (Resolution)
ADU: Änderung der Eingangsspannung, die zu einem Wechsel im niederwertigsten Bit ($1LSB$) des Ausgangscodes führt
DAU: Kleinste reproduzierbare Ausgangsspannungsänderung

- Auflösung: $A = \dfrac{U_{High} - U_{Low}}{2^n}$
- $U_x = x \cdot A + U_{Low}$
- $U_{min} = U_{Low}$
- $U_{max} = U_{High} - A$

Weitere Kenngrößen

- Effektive Bandbreite (B_{eff}):
  Signalfrequenz f_s, bei der das SNR $3dB$ unter dem Maximum liegt. Die Genauigkeit liegt dann ein halbes Bit unter der Auflösung (n) des ADU.
- Monotonie: Die Kennlinien müssen monoton verlaufen
- Messbereichs-/Offsetfehler: Die Kennlinien sind durch Verstärker o. Ä. verschoben oder gestreckt/gestaucht.

Umsetzungsprinzipien

	ADU	**DAU**
	Überführung einer analogen Eingangsspannung u_e in eine Digitalzahl Z. $Z = \frac{u_e}{U_{LSB}}$	Überführung einer Digitalzahl Z in eine passende Ausgangsspannung u_a (U_{LSB}: Spannung für das niederwertigste Bit (Least-Significant-Bit)). $u_a = U_{LSB} \cdot Z$
Parallelverfahren	Die Eingangsspannung wird mit OPVs mit allen möglichen (2^n) Referenzspannungen verglichen. $Z_{max} = 2^n - 1 \qquad Z = Z_{max}\left(\frac{U_e}{U_{ref}}\right)$	Mittels Spannungsteilern und n Schaltern (1-aus-n-Decoder) wird die entsprechende Ausgangsspannung für die entsprechende Zahl generiert.
Benötigte Schritte/Schalter	1	Z_{max}
Wägeverfahren	Die Eingangsspannung wird jeweils mit den Referenzspannungen der Bits verglichen. Dabei wird baumartig das Intervall zwischen den beiden verglichenen Bitspannungen immer kleiner. 	Jedem Bit wird ein Schalter mit entsprechendem Widerstand zugeordnet.
Benötigte Schritte/Schalter	n	$\log_2(Z_{max}) + 1$
Zählverfahren	Es werden solange die Referenzspannungen der niedrigsten Stufe addiert bis die Eingangsspannung erreicht ist.	Über das Tastverhältnis eines Schalters (Pulsbreitenmodulator) wird der Mittelwert der passenden Ausgangsspannung eingestellt.
Benötigte Schritte/Schalter	$\leq Z_{max}$	1

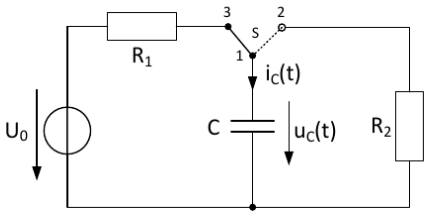
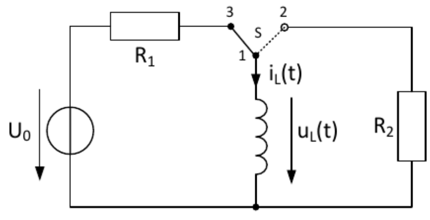
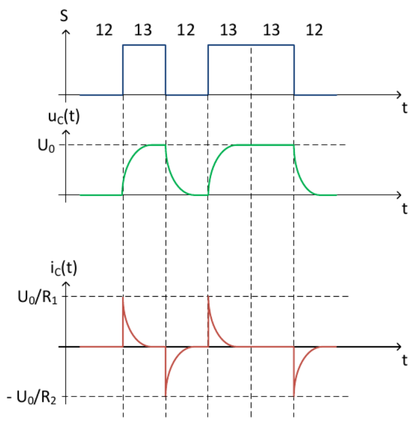
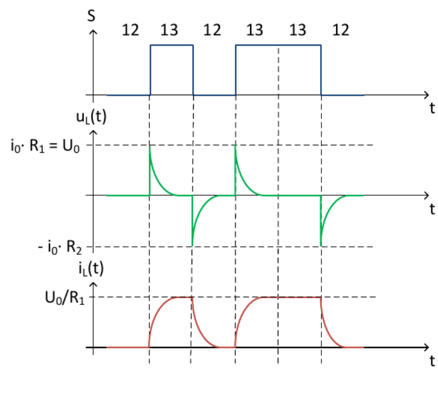
Unterstützung

Wenn dir diese Zusammenfassung geholfen hat und du mir dabei helfen möchtest, noch mehr Zeit und Energie in weitere Skripte zu investieren, würde ich mich sehr über deine Unterstützung freuen.

Diese Skripte kosten immer viel Zeit und Energie neben der normalen Prüfungsvorbereitung und damit würdest du mir zeigen, dass sich die Mühe lohnt. Diese kleinen Beträge fallen finanziell nicht ins Gewicht, halten aber vor allem meine Motivation hoch, auch in Zukunft weiterzumachen.

Anhang

Zusammenfassung Spule und Kondensator

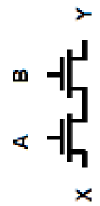
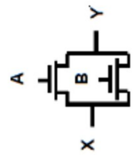
S wird bei t_0 geschlossen	**Kondensator (RC-Netzwerk)**	**Spule (RL-Netzwerk)**
		
		
$t = t_0$	Kurzschluss	Leerlauf
$t \to \infty$	Leerlauf	Kurzschluss
Energie W	$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}UQ$	$W = \frac{1}{2}L \cdot I^2$
Reihenschaltung	$\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$	$L_{ges} = \sum_{k=1}^{n} L_k$
Parallelschaltung	$C_{ges} = \sum_{k=1}^{n} C_k$	$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}$
Impedanz $\underline{Z}$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$	$\underline{Z}_L = j\omega L$
τ	$\tau = R \cdot C$	$\tau = \frac{L}{R}$

$t \to \infty$; Schalterstellung $1,3$	Aufladevorgang	Magnetisierung
$\tau_{(1,3)}$	$\tau = R_1 \cdot C$	$\tau = \frac{L}{R_1}$
$u(t)$	$u_c(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$	$u_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i(t)$	$i_c(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$	$i_L(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$

$t \leftarrow \infty$; Schalterstellung $1,2$	Entladevorgang	Entmagnetisierung
$\tau_{(1,2)}$	$\tau = R_2 \cdot C$	$\tau = \frac{L}{R_2}$
$u(t)$	$u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$	$u_L(t) = -(R_2 \cdot i_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i(t)$	$i_c(t) = -\frac{U_0}{R_2} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$	$i_L(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

6. Schaltnetze

6.1 Transistor-Schaltungen

	
Logisches UND	Logisches ODER
Hintereinander	Parallel

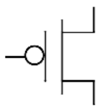
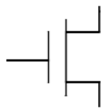
Transistor

Transfer Resistor, ein elektronischer Schalter.

MOS (Metal Oxid Semiconductor)

Konkrete Transistortechnologie mit folgenden Anschlüssen:

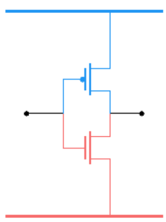
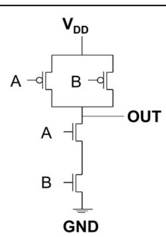
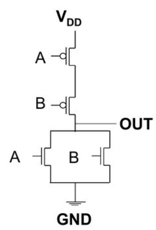
- Source: Quelle (Eingang) des Transistorsr
- Gate: Steuerkanal
- Drain: Senke (Ausgang) des Transistors

PMOS – Pull-up (PUN)	**NMOS – Pull-down (PDN)**
Öffner, n-dotiert → Leitet bei 0 	Schließer, p-dotiert → Leitet bei 1 
Nur negierte Literale Umformen: $PUN(\overline{A+B}) = \overline{A} \cdot \overline{B}$	Nur nicht-negierte Literale Schaltfunktion negieren: $PDN(\overline{A+B}) = \overline{\overline{A+B}} = A+B$

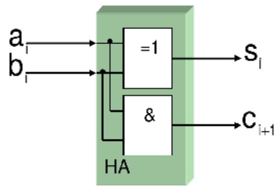
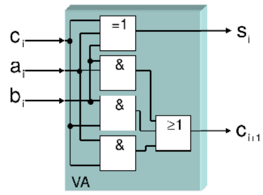
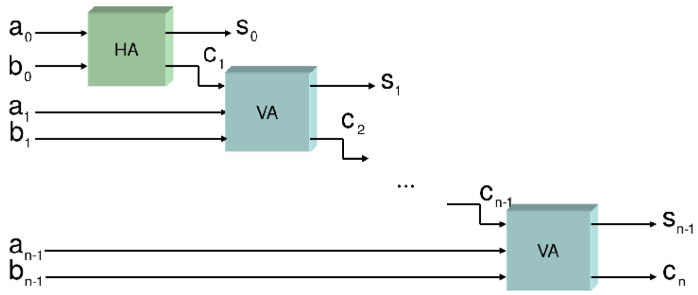
CMOS (Complementary MOS)

- Zusammensetzung aus komplementärem NMOS-Schaltnetz (Pull-Down-Netzwerk, da mit Erdung verbunden) und PMOS-Schaltnetz (Pull-Up-Netzwerk, da mit Versorgunsspannung verbunden).
- Vorteil: Kein Energieverbrauch im festen Schaltzustand, weil PDN und PUN komplementär sind und somit nur beim Schalten sehr kurz gleichzeitig leiten.
- Nachteil: Mehr Fläche auf Chip notwendig.

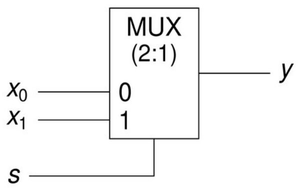
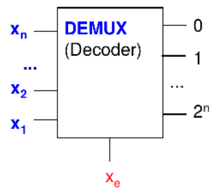
$$
\begin{array}{c}
\mathrm{V}_{DD}\ (\text{Spannungsquelle}) \\
\downarrow \\
\text{PMOS / PUN} \\
\downarrow \\
\text{NMOS / PDN} \\
\downarrow \\
\text{GND (Erdung)}
\end{array}
$$

Inverter	NAND	NOR
$f(x) = \overline{x}$ PUN: $\overline{x}$ PDN: $\overline{\overline{x}} = x$	$f(x,y) = \overline{x \cdot y}$ PUN: $\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$ PDN: $\overline{\overline{x \cdot y}} = x \cdot y$	$f(x,y) = \overline{x + y}$ PUN: $\overline{x + y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$ PDN: $\overline{\overline{x + y}} = x + y$
		

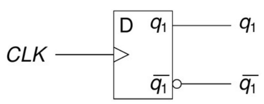
6.2 ADDIERER

<table>
<tr><th>Halbaddierer (HA)</th><th>Volladdierer (VA)</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><th colspan="2">n-Bit Ripple-Carry-Addierer</th></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

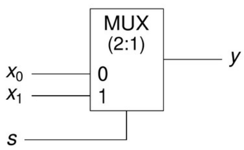
6.3 MULTIPLEXER

<table>
<tr><th>Multiplexer</th><th>Demultiplexer</th></tr>
<tr><td>Bekommt n Leitungen und eine binäre Zahl (s) als Eingabe und leitet dann die entsprechende Leitung zum Ausgang durch.</td><td>Bekommt n Leitungen und eine weitere spezielle Leitung $(x_?)$. Anschließend wird der Index dieser speziellen Leitung ausgegeben.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

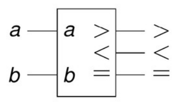
Weitere Schaltbausteine



Flipflop



Multiplexer

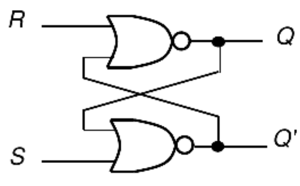


Komparator

6.4 Latches (Pegelgesteuert)

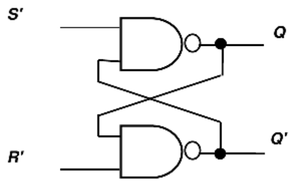
RS-Latch

Active-High



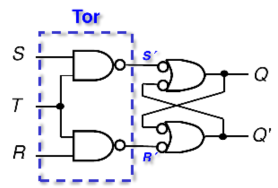
	S	R	Q	Q'
Set:	1	0	1	0
Hold:	0	0	1	0
Reset:	0	1	0	1
	0	0	0	1
	1	1	0	0

Active-Low

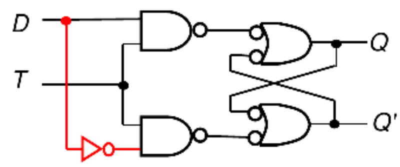


	S'	R'	Q	Q'
Reset:	1	0	0	1
Hold:	1	1	0	1
Set:	0	1	1	0
	1	1	1	0
	0	0	1	1

Getaktetes RS-Latch

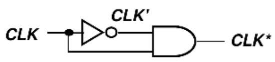


D-Latch (kein ungültiger Zustand)

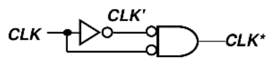


6.5 FlipFlops (Flankengesteuert)

Flankenerkennung:

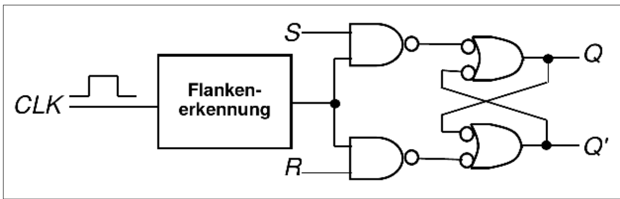


Positive Flanke (rising edge)
↑



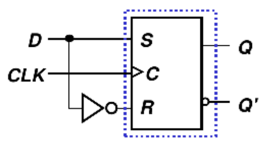
Negative Flanke (falling edge)
↓

RS-FlipFlop



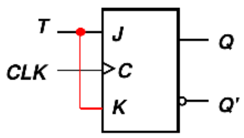
S	R	CLK	Q(t+1)	Zustand
0	0	X	Q(t)	Kein Wechsel
0	1	↑	0	Reset
1	0	↑	1	Set
1	1	↑	?	ungültig

D-FlipFlop



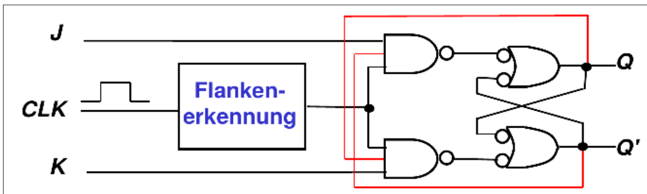
D	CLK	Q(t+1)	Zustand
1	↑	1	Set
0	↑	0	Reset

T-FlipFlop (Toggle)



T	CLK	Q(t+1)	Zustand
0	↑	Q(t)	halten
1	↑	Q(t)'	wechseln

JK-FlipFlop



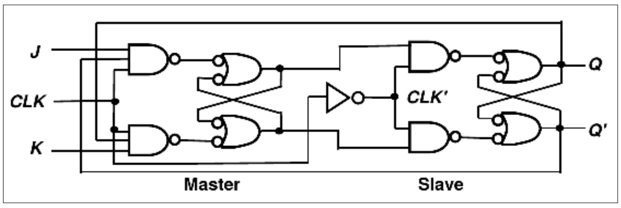
J	K	Takt	Q(t+1)	Zustand
0	0	↑	Q(t)	halten
0	1	↑	0	Reset
1	0	↑	1	Set
1	1	↑	Q(t)'	wechseln

Wechsel des gespeicherten Wertes	J	K
0 → 0	0	-
0 → 1	1	-
1 → 0	-	1
1 → 1	-	0

Master-Slave-JK-FlipFlop

Master ist aktiviert bei steigender Flanke, Slave ist aktiviert bei fallender Flanke → Verzögerte Weiterleitung des Masterwertes an den Ausgang.

Die Wertetabelle entspricht dem JK-FlipFlop.



10^9 • m 10^{-3} $R=\frac{U}{I}$ $R\|R=\frac{1}{2}R$ • SpT: $U_n=U_0\cdot\frac{R_n}{R_{ges}}$ C: $W=\frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$ • L: $W=\frac{1}{2}LI^2$ $\omega=2\pi f$ • $\sin(\omega g(z))$

10^6 µ 10^{-6} $U=R\cdot I$ Masche $\sum_{u}^{n} U_u=0$ StT: $I_1=I_0\cdot\frac{R_2}{R_{ges}}$ $C+C=\frac{1}{2}C$ $L+L=2L$ Polarkoor: $z=|z|\cdot\cos(\arg(z))$

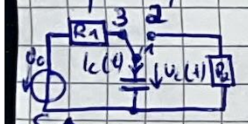
10^3 n 10^{-9} $P=U\cdot I$ Knoten: $\sum_{u}^{n} I_u=0$ $C\|C=2C$ $L\|L=\frac{1}{2}L$ Euler: $z=|z|\cdot e^{j\arg(z)}$

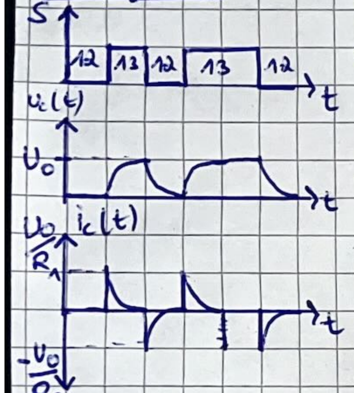
$I=\frac{U}{R}=\frac{U^2}{R}$

Kurzschluss	Leerlauf
$R=0 \Rightarrow U=0$	$R\to\infty \Rightarrow I=0$

$R_1\|R_2=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$

Ideale Sp.Quelle: $R=0$, $I\to\infty$, U=konst. Ideale Stromqu.: $R\to\infty$, $U\to\infty$, I konst.

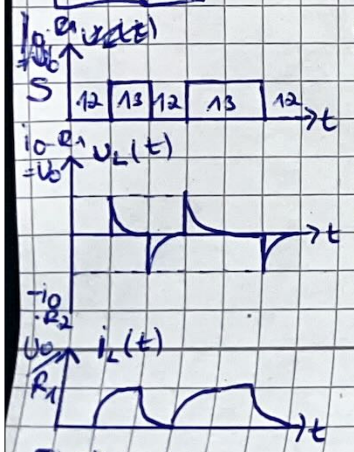




$t=t_0$ Kurz
$t\to\infty$ Leer
$\tau=R\cdot C$

13: $u_C(t)=U_0(1-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}})$
$i_C(t)=\frac{U_0}{R_1}\cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

12: $u_C(t)=U_0\cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i_C(t)=-\frac{U_0}{R_2}\cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$



$t=t_0$ Leer
$t\to\infty$ Kurz
$\tau=\frac{L}{R}$

13: $u_L(t)=U_0\cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i_L(t)=\frac{U_0}{R_1}\cdot(1-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}})$

12: $u_L(t)=-(R_2\cdot i_0)\cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$
$i_L(t)=\frac{U_0}{R_1}\cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

Steigung:
Oberhalb zur Tangente zu $(\tau/0)$

$\underline{Z}_R=R$ $\left|\frac{x_1}{x_2}\right|=\frac{|x_1|}{|x_2|}$

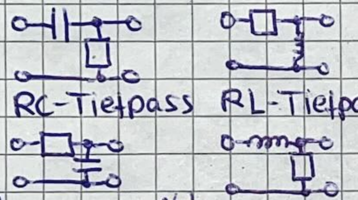
$\underline{Z}_L=j\omega L$ $\arctan(\pm\infty)=\pm 90°$

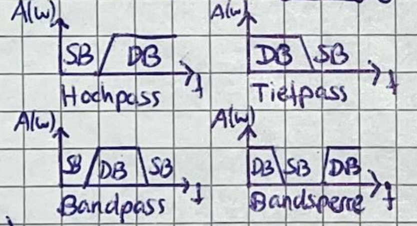
$\underline{Z}_C=\frac{1}{j\omega C}$ $\arctan(\frac{\pm a}{-b})=\arctan(\frac{a}{b})\pm\pi$; $\arctan(-a)=-\arctan(a)$

$|H(j\omega)|=\frac{\sqrt{Re_Z^2+Im_Z^2}}{\sqrt{Re_N^2+Im_N^2}}$ $A(\omega)=0\to 0dB$ $L=20\cdot\log(A(\omega))$ [dB]

$\varphi(\omega)=\arctan(\frac{Im_Z}{Re_Z})-\arctan(\frac{Im_N}{Re_N})$

RC-Hochpass RL-Hochpass
RC-Tiefpass RL-Tiefpass



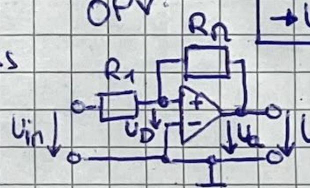


$\omega^x \to x \mathrel{\hat=}$ Ordnung

Ordnung	Steigung Dek.	Phasengang
1.	20dB	90°
2.	40dB	180°
3.	60dB	270°

x-Achse: $\frac{\omega}{\omega_g}$
y-Achse:
$A(\omega)$: 0 ganz oben, 5/10er Schritte
$\varphi(\omega)$: 15°/30° Schritte

OPV:



Ideale: • $R_{in}\to\infty$ • $V\to\infty$ • $U_D=0$ • $I_+=I_-=0$ • $A_D\to\infty$

Arten:

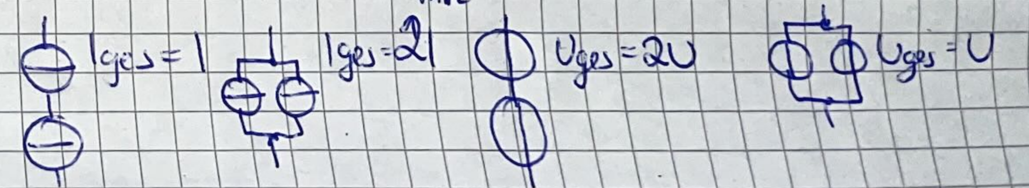
Invertiere	Summierer	Integrierer	Differenzierer
$+\leftrightarrow-$	n viele ∥ geschaltete Widerstände statt R_1	Statt R_n ein Kondensator	Statt R_1 ein Kondensator

Summierer ≙ Summations Invertierender

Quantisierung: Wertebereich $[0, 2^n-1]$
Quantisierungsfehler: $d_Q=U_Q-U_{EIN}$

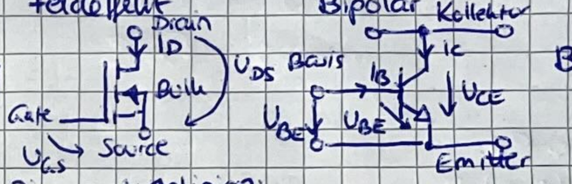
Auflösung: $A=\frac{U_{High}-U_{Low}}{2^n}$ $U_{min}=U_{Low}$ $U_{max}=U_{High}-A$

$XV=A\cdot n+U_{min}$



PMOS(oben): Nur negierte Literale | Leitet bei 0
PMOS($\overline{a+b}$) = $\bar{a}\cdot\bar{b}$ (Pfeil nach rechts) ▶
NMOS(unten): Nur nicht negierte Literale | Leitet bei 1
NMOS($\overline{a+b}$) = $\overline{\overline{a+b}}$ = a+b (Pfeil nach links) ◀

Aufgaben Transistor: Verstärken / Schalten



$B=\frac{I_C}{I_B}$

Widerstand/Lastgerade zwischen $U_{CE}=0$ $I_C=0$

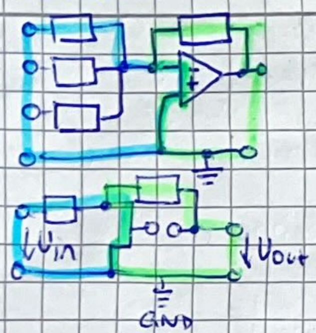
Bipolar-Kennlinien:

Eingangs-	Stromverstärkungs	Ausgangs-	Steuer-
↑ I_B → U_{BE}	↑ I_C → I_B	↑ I_C mit I_B → U_{CE}	↑ I_D → U_{GS}

Differenzspannung: $U_D=U_+-U_-$
Ausgangsspannung: $U_A=A_D\cdot U_D=A_D\cdot(U_+-U_-)$
A_D = Differenzverstärkung
Spannungsverstärkung: $V=\frac{U_{out}}{U_{in}}$

1. Gemischtes
2. Transistoren
3. R-Netze
4. RCL-Netze
5. Bode
6. Anwendung

Summations verstärker



$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$\omega \to 0$: $-\infty dB$

$\omega = 0{,}1$: $-20dB$

$\omega = 0{,}5$: $-7dB$

$\omega = \omega_0$: $-3dB$

$\omega = 2$: $-1dB$

$\omega \to \infty$: $0dB$

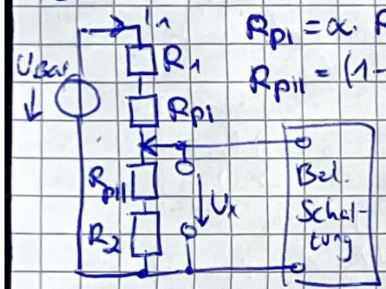
$e^{-1} = 0{,}37$

$e^{-2} = 0{,}14$

$e^{-3} = 0{,}05$

$e^{-4} = 0{,}02$

Potentiometer



$R_{PI} = \alpha \cdot R_P$

$R_{PII} = (1-\alpha) \cdot R_P$

Nachteil: Fließt immer Strom → Verlustleistung

$R_1 \hat{=}$ max Spannung

$R_2 \hat{=}$ min. Spannung

$U_x = (R_{P,II} + R_2) \cdot I = ((1-\alpha) \cdot R_P + R_2) \cdot I$

$U_{x,min} = ((1-\alpha) \cdot R_P + R_2) \cdot I = R_2 \cdot I \quad \alpha = 1$

$U_{x,max} = ((1-\alpha) \cdot R_P + R_2) \cdot I = (R_P + R_2) \cdot I \quad \alpha = 0$

$U_x = U_{bat} \cdot \frac{R_{PII} + R_2}{R_1 + R_P + R_2} = U_{Bat} \cdot \frac{(1-\alpha) \cdot R_P + R_2}{R_1 + R_P + R_2}$

Wie groß darf R_{ges} sein → U_x um weniger als 1% kleiner

$U_{x,min} = 0{,}99 \cdot U_{x,min,normal}$

Maschenregel: $U_{bat} - U_{x,min}$

$I_0 = \frac{U_{R1} + U_{P1}}{R_1 + R_P} = \frac{U_0 - U_{xmin}}{R_1 + R_P}$

$I_{R2} = \frac{U_{xmin}}{R_2}$

$I_{ges} = I_0 - I_{R2}$

$R_{ges} = \frac{U_{xmin}}{I_{Rges}}$