

Klausur Braindump*

Berechenbarkeit und formale Sprachen

WINTERSEMESTER 2020

1 Wissensfragen

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen (die jeweiligen Beweise sind äußerst kurz). Schreiben Sie “**Stimmt**” oder “**Stimmt nicht**” und begründen Sie Ihre Antwort:

- Sei L die Sprache, die durch den regulären Ausdruck $R = a^*b^*c^*$ beschrieben wird. Dann hat jede Teilmenge $L_1 \subseteq L$ die kontextfreie Pump-Eigenschaft.
- Seien L_2 und L_3 zwei kontextfreie Sprachen. Dann ist $L_2 \cap L_3$ entscheidbar.
- Sei H das allgemeine unentscheidbare Halteproblem. Jede echte Teilmenge von H ist unentscheidbar.

2 Halteproblem

- Geben Sie die Definition des initialen Halteproblems an:

$$H_\varepsilon := \{$$

- Beweisen Sie mittels Reduktion, dass die Sprache

$$L_{2b} = \{ \langle M \rangle w \mid M \text{ ist deterministische 1-Band-TM mit Eingabe } z, z \in \{0,1\}^*$$

(i) M hält **nicht**, falls $z = w$

(ii) M hält, falls $z \neq w$

$$\}$$

nicht entscheidbar ist. Benutzen sie dazu H_ε .

**Wie Immer*: Keine Garantie auf Richtigkeit. Angaben werden zum meisten Teil vereinfacht wiedergegeben. Fehler und Verbesserungen via Gitlab melden: <https://gitlab.cs.fau.de/eh09yqyk/bfsdump-ws20>.

3 Reguläre Pumpeigenschaft

a) Geben sie die *reguläre Pumpeigenschaft* an:

Eine Sprache hat die reguläre Pumpeigenschaft wenn...

b) Zeigen sie **durch direkte Anwendung der Definition**, dass die Sprache

$$L_{3b} = \{ a \mid a \in \{0, 1\}^*, |a| = k \geq 4, a = a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k, a_2 = a_{k-1} \}$$

die reguläre Pumpeigenschaft hat.

Kleiner Hinweis: Vergessen Sie bei der Wahl von n_L nicht den Pumpfall $i = 0$.

c) Sei z^{bc} das *binary complement* zu z .

Zeigen sie **durch direkte Anwendung der Definition**, dass die Sprache

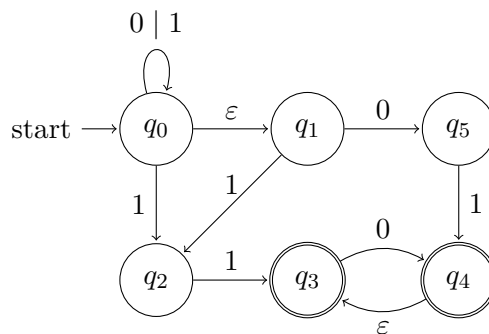
$$L_{3c} = \{ z z^{bc} z \mid z \in \{0, 1\}^* \}$$

die reguläre Pumpeigenschaft **nicht** hat.

Beispiel: $001100 \in L_{3c}$, $0011 \notin L_{3c}$.

4 Automaten

a) Gegeben sei der folgende nichtdeterministische endliche Automat A_1 mit $\Sigma = \{0, 1\}$:

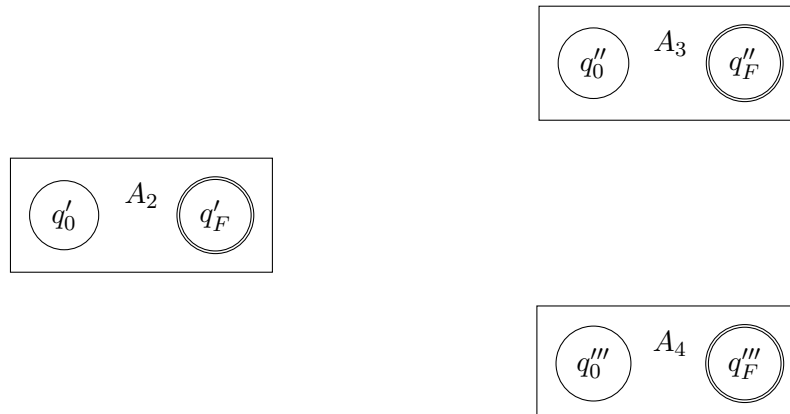


Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung (es muss erkennbar sein!) einen zu A_1 äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Zeichnen Sie nur die vom Startzustand aus erreichbaren Zustände, diese aber alle. Führen Sie keine „Vereinfachungen“ durch.

- b) Gegeben sind die Automaten A_1 , A_2 und A_3 jeweils mit den Startzuständen q'_0 , q''_0 , q'''_0 und den Endzuständen q'_F , q''_F , q'''_F . Konstruieren Sie aus den gegebenen Automaten einen neuen Automaten A_1 mit einem (neuen!) Anfangszustand $q_0^{(v)}$ und einem (neuen!) Endzustand $q_F^{(v)}$. Dieser soll folgende Sprache akzeptieren:

$$L(A_2)^* \circ (L(A_3) \cup L(A_4))^*$$

Warnung: Denken Sie an die Definition von $()^*$ und beachten Sie die Potenz 0.



- c) Sei M ein deterministischer endlicher Automat, $Q = q_1, \dots, q_n$ die Menge seiner Zustände, q_1 sein Startzustand und F die Menge seiner Endzustände. Vervollständigen Sie die rekursive Definition von $R_{i,j}^k$ aus der Vorlesung:

$k = 0$ und $i \neq j$:

$$R_{i,j}^0 = \{a \in \Sigma \mid \delta(q_i, a) = q_j\}$$

$k = 0$ und $i = j$:

$$R_{i,i}^0 = \{a \in \Sigma \mid \delta(q_i, a) = q_j\} \cup \{\varepsilon\}$$

$k > 0$:

$$R_{i,j}^k =$$

Wie bildet man aus den $R_{i,j}^k$ den regulären Ausdruck R , der die vom Automaten M akzeptierte Sprache beschreibt?

$$R =$$

5 Kontextfreie Sprache

a) Geben Sie die rekursive Definition des CYK-Algorithmus formal an:

$$i = j$$

$$V(i, i) :=$$

$$i < j$$

$$V(i, j) :=$$

b) Gegeben Sei die folgende Grammatik $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$,

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow CD \mid CF$$

$$B \rightarrow EB \mid c$$

$$C \rightarrow a$$

$$D \rightarrow b$$

$$E \rightarrow c$$

$$F \rightarrow AD$$

Zeichnen Sie den Syntaxbaum für das Wort $aaabbbcc$ und markieren sie alle Felder in der Tabelle, welche Sie benutzt haben mit \bullet ¹.

	a	a	a	b	b	b	c	c
	{C}	{C}	{C}	{D}	{D}	{D}	{B, E}	{B, E}
	{}	{}	{A}	{}	{}	{}	{B}	
	{}	{}	{F}	{}	{}	{}		
	{}	{A}	{}	{}	{}			
	{}	{F}	{}	{}				
	{A}	{}	{}					
	{S}	{}						
	{S}•							

¹*Hinweis:* Die Aufgabe wurde aus dem Braindump des Sommersemesters 2019 kopiert. Sie kam bei uns aber in sehr ähnlicher, wenn nicht sogar in genau der selben Form in der Klausur dran.

6 Reduktion

a) Geben Sie die Definition für CLIQUE an:

$$\text{CLIQUE} := \{$$

Falls Sie dabei Begriffe wie “vollständiger Teilgraph” verwenden, müssen diese entsprechend definiert werden.

b) Gegeben ist die Sprache L_{3b} aus Aufgabe 3b):

$$L_{3b} = \{ a \mid a \in \{0, 1\}^*, |a| = k \geq 4, a = a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k, a_2 = a_{k-1} \}$$

Zeigen Sie, dass $L_{3b} \leq_p \text{CLIQUE}$ gilt.

c) Angenommen $P = NP$. Zeigen Sie, dass $\text{CLIQUE} \leq_p L_{3b}$.

Begründen Sie unter Verwendung der Definition von NP-Vollständigkeit, dass L_{3b} dann NP-vollständig ist. Verwenden Sie hierzu die Definition der NP-Vollständigkeit.